

鉄筋コンクリート造骨組の非線形解析

第2回中国耐震建築研修

2010年6月10日(木)13:30-16:00 (独)建築研究所

東京大学名誉教授 小谷俊介

ここでは、主として、部材の曲げモーメントによって変形する鉄筋コンクリート造建築物の非線形地震応答解析の方法について解説する。ここで解説する解析方法は完成されたものというには程遠く、多くの問題点を含んでいる。それらの問題点を指摘することがこの講義の主目的でもある。鉄筋コンクリート造建築物の変形は、必ずしも、曲げモーメントによる変形に限定されないが、せん断破壊、主鉄筋に沿った付着割裂破壊、主鉄筋定着域からの抜け出しによる定着破壊などは脆性的な破壊性状を示し、耐震構造設計ではこれらの破壊モードが起らないように設計している。そこで、建築物の非線形地震応答としては曲げ挙動のみを考慮すればよいであろう。

鉄筋コンクリートの技術は完成されたものと考えられているが、構造設計から施工における品質管理などの多くの技術的な問題も残っている。これらの問題点も合わせて指摘したい。

1. 鉄筋コンクリート断面の曲げ解析

(1) 平面保持の仮定

曲げモーメントを受ける鉄筋コンクリート断面の解析（曲げ解析）では、「変形前に平面であった断面は変形後も平面を維持する」とする平面保持を仮定する。この仮定は、材料特性が線形弾性の範囲に限定されるのではなく、弾塑性性状を示す曲げ解析にも使用される基本的な仮定であり、曲げ変形が支配的な鉄筋コンクリート部材実験で、コンクリート表面および鉄筋に貼った歪ゲージの観測値から、この仮定がほぼ妥当であることが確認されている。

平面保持の仮定が成立するならば、断面直角方向の歪度は、中立軸からの距離に比例し、断面の歪度分布の勾配が曲げ変形の曲率（部材回転角の部材長さ方向の微分）になる。断面における中立軸位置は、断面内の歪度分布と材料の応力度-歪度関係を用いて定まる直応力度を断面について積分した部材方向の軸力が部材に作用する軸力と等しい、という条件から定めることができる。中立軸は、材料特性が線形弾性であれば、鉄筋を等価なコンクリート断面に置き換えた等価断面の重心位置を通る。

平面保持の仮定では、中立軸からの距離が等しい鉄筋とコンクリートの歪度が等しくなるので、完全な付着状態を仮定している。太短い部材のようにせん断変形の成分が大きい部材、鉄筋とコンクリートの付着がよくない部材などでは平面保持の仮定が成立しないことがあるので、曲げ解析のみでは部材の挙動を表すことができない。その場合には、せん断変形あるいは鉄筋の付着滑りなどによる付加的な変形を考慮しなければならない。

(2) コンクリートの応力度-歪度関係

コンクリートは、セメント、砂、骨材及び水を正しい調合で混ぜ合わせ、任意の形状と寸法の型枠に流し込んで固化させた建設材料である。コンクリートの圧縮強度は円筒形又は立方形の供試体の静的試験により定める。圧縮強度は、(1)コンクリートの調合、(2)試験時の材令、(3)供試体の養生方法、(4)供試体の形状と大きさ、(5)載荷速度によって影響を受ける。調合では、水セメント比がコンクリートの強

度を定める主要因である。

通常の建築物に使用されるコンクリートの圧縮強度は、20–60 MPa の範囲である。高強度コンクリートは、(a)大きな軸力を負担する建物下部の柱、(b)プレストレス用高強度鋼材が用いられるプレストレストコンクリート部材、(c)型枠を早く除去することが望まれるプレキャストコンクリート部材に使用される。

単調増加する圧縮応力度を受けるコンクリートの応力度-歪度関係は、載荷とともに、コンクリート内の微小なひび割れの発生に伴って、剛性が徐々に低下するが、最大応力度（圧縮強度）の70%程度の応力度までは、ほぼ直線で近似することができる。そこで、コンクリートの弾性係数は、圧縮強度の1/3の点と原点を結ぶ割線剛性で表すことが多い（図1.1）。圧縮強度が発現するときの歪度は0.002程度（0.0015–0.003）であり、その後、応力度が低下する性状を示す。コンクリートの引張強度は、圧縮強度の約1/10程度と小さい。

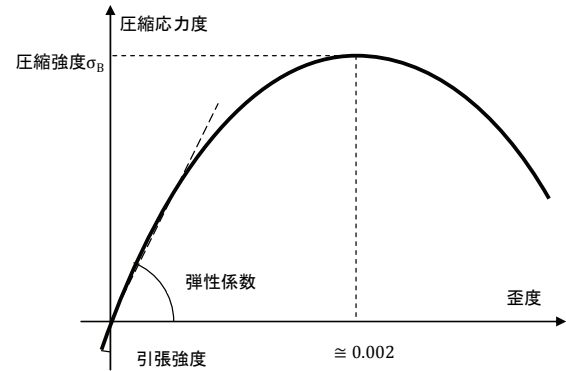


図 1.1 : コンクリートの応力度—歪度関係

コンクリートの応力度 - 歪度関係は、コンクリートの圧縮強度とともに変化し、圧縮強度とともに初期剛性が大きくなり、圧縮強度に達した後の下り勾配が大きい（図1.2）。しかし、圧縮強度に達するときの歪度はあまり変化しない。このため、高強度コンクリートを使用するときには圧縮強度に達した後の靱性を確保するように注意が必要である。

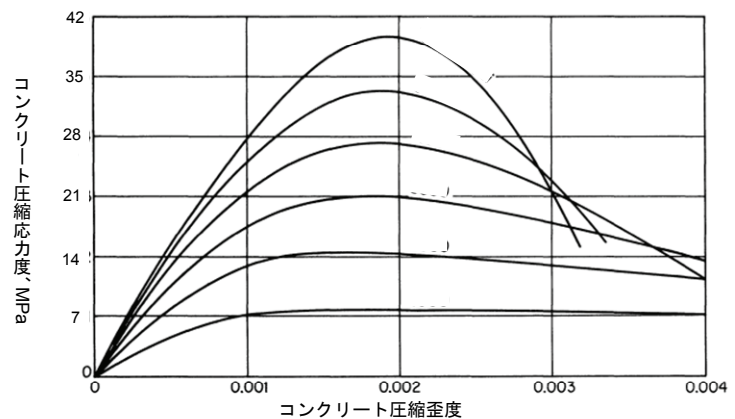


図 1.2 : コンクリート強度と応力度—歪度関係

コンクリートの弾性係数 E_c は、アメリカコンクリート工学協会で使用される Pauw(1960)による実験式が用いられることが多い。

$$E_c = 1.35 \gamma^{1.5} \sigma_B \text{ (GPa)}$$

ここで、 γ : 気乾コンクリートの単位容積質量（単位：1000 kg/m³）、 σ_B : 圧縮強度（MPa）。この実験式は大きなばらつきを示すことに注意する。

構造設計で指定するコンクリートの設計用圧縮強度は、建設される構造物の中のコンクリート強度と同じではない。設計の段階では、実際の構造物の中のコンクリートについては、弾性係数も強度も、よく分からないのが実情である。構造設計で想定するコンクリートの性能が実構造物で実現されなければ、構造設計の意味がなくなる。コンクリートの設計強度などの最低性能を保証するコンクリートの使用材

料と調合、製造、運搬、受け入れ、打ち込み・締め固め、養生などの施工における品質管理を、信頼できる仕様に従って正しく行う重要性は当然のことである（(社)日本建築学会編、JASS-5）。

参考文献

Pauw, A., "Static Modulus of Elasticity of Concrete as Affected by Density," Journal, American Concrete Institute, No. 57, No. 6, December 1960, pp.679-687.

(社)日本建築学会編：建築工事標準仕様書・同解説、JASS-5 鉄筋コンクリート工事、2009年版。

(3) 鉄筋の材料特性

単調引張载荷を受ける鉄筋の応力度-歪度関係は、線形弾性、降伏棚、歪硬化などの性状を示した後、破断する。鋼材の弾性係数 E_s は約 210 GPa であり、ポアソン比は約 1/3 である。鉄筋コンクリート造建築物に使用される鉄筋の強度は 300-500 MPa の範囲のものが多いが、主筋では 675-775 MPa、横補強筋では 675-1200 MPa の降伏点を示す高強度鉄筋が使用される。プレストレストコンクリート構造では、高強度プレストレス用鋼材が使用される。

通常の鉄筋コンクリート造で使用される鉄筋は降伏点が低い軟鋼であり、降伏点の後に降伏棚があり、歪度 0.02 程度から歪硬化が始まり、引張強度に達した後、破断する位置の断面が細くなり、歪度 0.20 程度で破断する。

高強度鋼材あるいは塑性加工した鋼材は降伏点や降伏棚を示さないので、降伏点を残留歪度 0.002 の点を通り、弾性勾配に平行に引いた直線と応力度-歪度関係の交点として定義する。鋼材は、強度が大きくなるに従い、降伏棚が短くなり、破断するときの歪度も小さくなり、引張（破断）強度に対する降伏応力度の比（降伏比）が 1.0 に近くなる。製造工程で品質管理が正しく行われなない鉄筋には、温度調整のみで高強度を実現している製品があるが、降伏後に大きな塑性変形がせずに脆性破壊するものがあるので、鉄筋の選択に当たってはその特性を検討することが重要である。

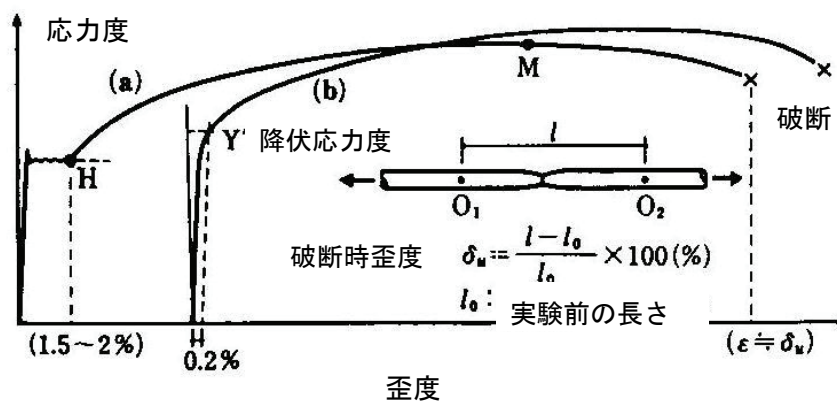


図 1.3：引張力を受ける鋼材の応力度-歪度関係

圧縮力を受ける鋼材の応力度-歪度関係も、座屈現象が生じなければ、引張を受けるときと同様である。

鋼材の特色は、载荷速度が大きくなると、急速に降伏点が大きくなる性状を示すので、爆発などのように短時間で発生する加力には注意する。建築物は、地震時に、主として、固有周期で振動するので、

歪速度の影響は比較的小さい。

構造設計では、主筋、横筋、施工上必要となる鉄筋の配筋を構造図面に正しく表記することが求められることは当然である。それと同時に、作業現場で構造設計図の通りに正しく配筋されることを確認する工事監理も重要な仕事である。また、配筋詳細には、過去の地震被害あるいは施工にしやすいなどの経験に基づいた好ましいやり方があるので、構造図面を書くときには十分に参考にすべきである（(社)日本建築学会：鉄筋コンクリート造配筋指針・同解説、2003）。

参考文献

(社)日本建築学会：鉄筋コンクリート造配筋指針・同解説、2003年11月。

(4) 鉄筋コンクリート断面の挙動

鉄筋コンクリートの梁あるいは柱の断面が曲げモーメントを受けると、最初は線形弾性の挙動を示し、梁の中立軸は鉄筋を含めた等価断面（鉄筋を等価コンクリート断面に置き換えた断面）の重心位置を通る。圧縮軸力が作用する柱では、等価断面の重心位置から断面に平均的に作用する圧縮応力度の大きさだけ圧縮側に移動する。断面の歪度分布の勾配で表される曲率に対する曲げモーメントの初期剛性は、コンクリートの弾性係数 E_c と等価断面の断面 2 次モーメント I_{co} の積で表される。スラブのコンクリートと一体化する梁の断面 2 次モーメントの計算では、スラブの協力幅を考慮しなければならない。梁の剛性評価に影響するスラブの協力幅とは別に、スラブ有効幅内の鉄筋は梁の曲げ耐力に寄与する。梁の曲げ降伏後の変形とともにスラブの有効幅が広がると言われている。

(a) 曲げひび割れモーメント

断面の引張縁の応力度がコンクリートの引張強度に達すると、曲げひび割れが発生すると言われる。しかし、コンクリートは乾燥収縮するときに、コンクリートの変形が拘束されていると引張応力度が発生すること、断面の応力度は一様ではなく応力度勾配があるので、純引張試験で定める引張強度ではひび割れが発生しないこと、などの理由により、ひび割れモーメントを正しく算定することは難しい。柱及び梁部材の実験で、曲げひび割れが観察された時の曲げモーメントを整理した実験式（菅野俊介、1970）によれば、曲げひび割れモーメント M_{cr} は、

$$M_{cr} = 0.56 \sqrt{\sigma_c} Z_e + \frac{ND}{6}$$

と表される。ここに、 σ_c ：コンクリートの圧縮強度、 Z_e ：等価断面の断面係数（断面 2 次モーメントを中立軸から引張縁までの長さで除した値）、 N ：柱の軸力、 D ：断面の全せい。この式は極めてばらつきが大きいことに注意する。

曲げひび割れが発生すると、引張応力を受けるコンクリートは引張応力を負担しないと考えてよく、引張力は引張主筋によって負担され、断面の中立軸位置は圧縮側に移動する。即ち、引張側のコンクリートを無視し、鉄筋を等価なコンクリートに置き換えたひび割れ等価断面の重心位置における断面 2 次モーメント I_{cr} を計算すれば、ひび割れ後の曲率に対する曲げモーメントの割線剛性は $E_c I_{cr}$ で表される。

(b) 曲げ降伏モーメント

引張鉄筋が降伏するときの曲げモーメント M_y は、引張鉄筋位置の歪度を鉄筋の降伏歪度とし、圧縮縁のコンクリートの歪度を仮定し、この歪度分布に応じて定まるコンクリートおよび圧縮側鉄筋の応力度を評価し、断面内応力度から定まる軸力を計算し、断面に作用する軸力と比較し、2つの軸力が等しくなるまで演算を繰り返す、正しい圧縮縁のコンクリートの歪度を定める。このとき、圧縮縁のコンクリート応力度が圧縮強度の70%以下であれば、コンクリートの応力度は歪度と弾性係数を用いて定めてもよい。

曲げ降伏モーメントは、引張鉄筋断面積、引張鉄筋降伏強度および圧縮縁から引張鉄筋までの断面有効せいに大きく影響されるが、圧縮鉄筋、コンクリート強度あるいは断面幅の大きさはあまり影響を受けない。ただし、コンクリート圧縮強度に比べて降伏強度が大きい引張鉄筋を使用すると、引張鉄筋が降伏する前にコンクリートが圧縮強度に達して破壊が始まるために、引張鉄筋の降伏強度を発揮できないことがあるので注意する。また、十分な品質管理がされない高強度鉄筋を使用すると、小さな歪度で破断することがあるので、鉄筋コンクリート造部材として靱性を期待することができない。

圧縮側のコンクリートが線形弾性の範囲にあると仮定すれば、降伏時の曲げモーメント M_y は

$$M_y = \frac{7}{8} a_r \sigma_y d$$

でほぼ近似できる。

(c) 曲げ終局モーメント

引張鉄筋が降伏した後、載荷を続けると、圧縮側のコンクリートの応力度が圧縮強度に達した後、破壊により曲げ耐力が低下する。

この終局曲げモーメント M_u の値は、コンクリートの応力度-歪度関係を考慮した断面算定によることが望ましい。アメリカのコンクリート工学協会では、コンクリートの最大歪度が0.003程度までの応力度-歪度関係を等価な長方形ブロックに置き換える方法を使用している。最大歪度の大きさを0.003よりも大きくしても、終局モーメントの大きさがあまり変化しないために、最大歪度0.003の値を便宜的に用いている（図1.4）。

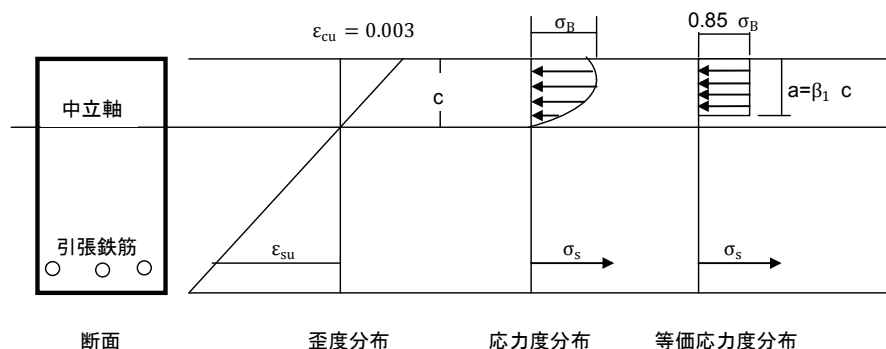


図 1.4 : 終局時の等価長方形応力度ブロック

ここで、コンクリート圧縮強度が 28 MPa 以下では $\beta=0.85$ 、コンクリート強度が 28 MPa を超える場合にはコンクリート強度 7 MPa 増えるごとに β の値を直線的に 0.05 ずつ減らす。ただし、 β の値を 0.65 以下にする必要はない。これは、高強度コンクリートでは最大耐力以降の応力度の低下が著しいためである。

なお、終局時の曲率の大きさは、仮定するコンクリート歪度によって変化する。鉄筋コンクリート部材実験では、コンクリートが圧壊する時の歪度は圧縮部分のコンクリートを拘束する鉄筋量により影響を受けるが、歪度 0.01 を超えることもある。

終局モーメントの計算では、断面の圧縮縁の歪度を 0.003 として、中立軸高さ c を仮定して、断面の歪度分布を定め、それに応じた引張・圧縮鉄筋の応力度、圧縮域の等価コンクリートブロックの範囲 a を定め、断面に作用する軸力を計算し、その軸力が断面に作用する軸力と等しくなるまで反復計算をする。このとき、横軸に中立軸高さの大きさ、縦軸に断面の応力度分布から計算される軸力を取り、正しい軸力を与える中立軸高さを推定すると便利である。

曲げ終局モーメントを支配する要因は、曲げ降伏モーメントと同様に、引張鉄筋断面積、引張鉄筋降伏強度、断面の有効せいであるが、引張鉄筋の断面積を釣合鉄筋断面積（鉄筋が降伏するときに圧縮縁のコンクリートが終局歪度に達するのに必要な引張鉄筋断面積）を超えると、鉄筋が降伏する前にコンクリートが圧縮破壊してしまい、鉄筋の降伏耐力を発揮できなくなるので注意する。

(d) 単調荷重するときの断面の曲げモーメントー曲率関係

単調増加する荷重を受ける鉄筋コンクリート断面の曲げモーメントと曲率の関係は、大略、図 1.5 のように表すことができる。ひび割れ前の初期剛性は鉄筋断面積を等価なコンクリート断面積に置き換えた等価断面の断面 2 次モーメントとコンクリートの弾性係数の積で表わされる。実際の構造物のコンクリートの弾性係数は、設計で想定するコンクリート設計強度に応じて計算される値とは異なることに注意する。曲げひび割れモーメントは、既に述べたように、コンクリートの設計

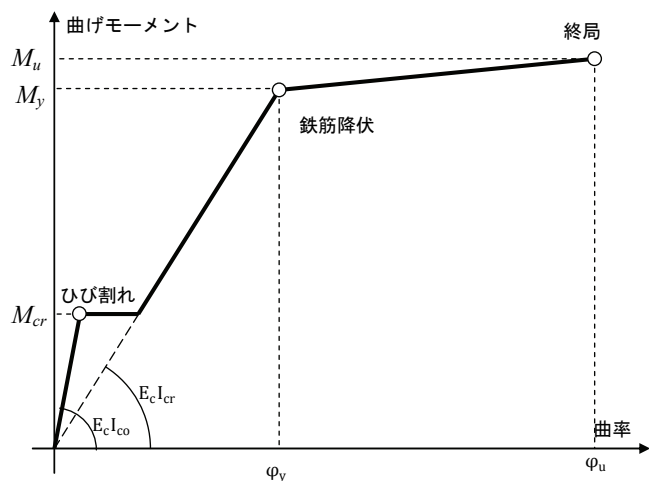


図 1.5：断面の曲げモーメントー曲率関係

（圧縮）強度から実構造物のコンクリートの引張強度を推定することが難しいし、コンクリートの乾燥収縮による歪の影響などもある。断面に曲げひび割れが発生すると、コンクリートが負担していた引張応力度が解除されて、断面の中立軸が圧縮側に移動するが、鉄筋および圧縮コンクリートは線形弾性的状態にあるので、鉄筋断面積を等価なコンクリート断面積に置き換えれば、線形弾性の挙動を示す。引張鉄筋の歪度が降伏歪度に到達すると、剛性は大きく低下して、その後の曲げモーメントの増大は少ない。終局モーメントを計算することはできるが、終局時の歪度は適当な値を使用しているので、終局時の曲率を正しく予測することは難しい。

繰り返し荷重を受ける場合には、荷重履歴とともに曲げモーメントと曲率の関係が複雑な挙動を示す。

ここに書いたように、実際の鉄筋コンクリート造構造物の部材断面の挙動を正しく予測することは極めて難しいことを十分に認識すべきである。このような不確かさに対して、鉄筋コンクリート造の構造設計では十分に余裕をとった設計が望まれる。

参考文献

菅野俊介：鉄筋コンクリート部材の復元力特性に関する研究、東京大学学位論文、1970年12月。

2. 鉛直荷重と地震力を受ける鉄筋コンクリート部材の曲げモーメント

水平方向の均等スパンで無限に連続する骨組に等分布鉛直荷重と地震力が作用するときの梁の曲げモーメント図を考えてみよう。無限に連続する骨組では、梁端部の回転角がゼロになるので、両端固定の梁部材に鉛直荷重あるいは地震力が作用する場合を考えればよい。

(1) 鉛直荷重による曲げモーメント

等分布鉛直荷重（長期荷重）による梁のせん断力は、図 2.1 に示すように、梁の左端で最大で、中央でゼロとなり、右端で負の最大となる。曲げモーメント図の勾配がせん断力であるから、曲げモーメントは、部材左端で上端引張（負曲げモーメント）となり、放物線状に減少し、部材中央で下端引張（正モーメント）が最大、右端で再び負曲げモーメントになる。梁端部の曲げモーメントの大きさは、端部の回転拘束する部材端の剛性に影響を受け、回転に対する拘束が小さくなるに従い、端部曲げモーメントの大きさが小さくなる。例えば、梁両端の負曲げモーメントにより上端にひび割れが発生する場合には、ひび割れ発生により梁端の回転拘束が低下するので、端部曲げモーメントが小さくなる。ただし、曲げモーメント分布の勾配はせん断力分布に依存するので、両端を結ぶ曲げモーメント分布の形状は変化せず、両端の曲げモーメントの大きさに従い上下に移動する。部材内の曲率分布は、部材内のそれぞれの点における曲げモーメントに対して曲げモーメントー曲率関係（図 1.4）から曲率を定めればよい。

無限に連続する均等スパンの骨組の柱には曲げモーメントが生じない。

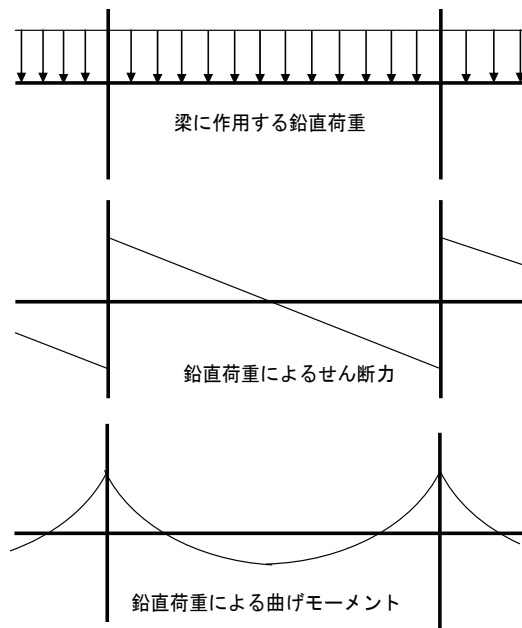


図 2.1：鉛直荷重による梁の曲げモーメント

(2) 地震力による曲げモーメント

地震力による曲げモーメントは、柱と梁ともに、部材内でせん断力が一様であるから、曲げモーメントは直線状に変化し、部材端に最大曲げモーメントが生じ、曲げモーメントの反曲点が部材中央に生じる。部材に曲げひび割れが生じると、ひび割れは部材端部から部材中央部に進展するが、地震力は刻々

変化するので、地震力が大きくなればひび割れの範囲が広がるが、地震力が小さくなくてもひび割れは完全には閉じない。さらに、地震力は正負に繰り返されるので、それぞれの個所における曲げモーメントの履歴に応じて曲率が複雑に変化するので、変形状態を解析することは難しい。

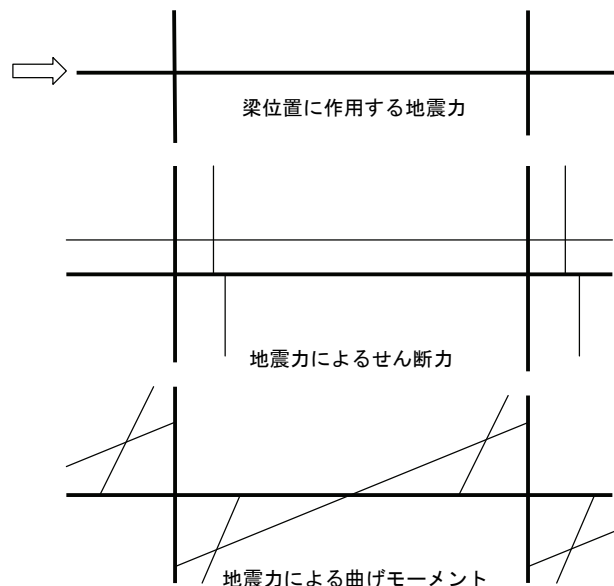


図 2.2：地震力による梁の曲げモーメント

(3) 鉛直荷重と地震力による曲げモーメント

鉛直荷重と地震力が作用する場合を考えよう。地震動が始まる前には、鉛直荷重のみが作用しているので、部材の応力は図 2.1 に示した状況であり、地震動が始まると、徐々に地震力による部材応力（図 2.2）が振幅を変化させながら鉛直荷重時応力に重ね合わせられる。地震力によって部材端にひび割れあるいは曲げ降伏が生じれば、端部の回転拘束が低下するので、鉛直荷重による曲げモーメントの端部モーメントが小さくなり、全体の曲げモーメント分布が形状を保ちながら下に移動する。

構造物に発生する曲げひび割れの発生領域は部材応力分布とひび割れモーメントの大きさに依存するし、曲げ降伏ヒンジの発生は部材応力が大きい場所における曲げモーメントと曲げ降伏モーメントの相対的な関係によって決まる。損傷分布については一概には言えないが、地震力が小さい場合あるいは大スパン骨組の梁では、鉛直荷重による曲げモーメントが支配的になるので、上端引張となる部材端部に曲げ降伏が生じ、下端引張となる部材端では最大モーメントとはならず、部材内部に入ったところで最大モーメントが生じることがある。地震力が大きい場合や、小スパン骨組の梁では、地震力による曲げモーメント分布が支配的になるので、部材端部の曲げモーメントが大きくなり、曲げ降伏も梁端部に発生する。

鉛直荷重による曲げモーメントが支配的か、あるいは地震力による曲げモーメントが支配的であるかにより、部材内の損傷の分布状況が異なるので、損傷分布を反映した部材のモデル化の方法の選択にも注意する。

3. 鉄筋コンクリートの非線形解析の特色

鉄筋コンクリートの有限要素解析のように材料レベルのモデル化をすれば構造物の形状や材料特性の詳細まで表すことができる。これまで、多軸応力状態におけるコンクリートの構成則に関する研究は大きく進展してきた。しかしながら、このような材料レベルにおけるモデル化に基づく部材あるいは骨組の解析には多くの計算時間および計算機記憶容量を必要として、数多くの試行錯誤を繰り返す構造設計に用いるには限界がある。そのため、部材ごとの損傷分布をモデル化した部材モデルと、損傷部の応力 - 変形を用いて鉄筋コンクリート造構造物の非線形解析が行われてきた。

(1) 部材内の損傷分布

部材内の損傷分布は部材内の応力分布と断面のひび割れ強度あるいは降伏強度の分布に依存する。地震力の大きさが比較的小さい場合には、鉛直荷重による応力が重要になり、上端引張となる部材端と部材端から内部に入った下端引張となる広い領域に曲げひび割れが広がり、これらの領域に曲げ降伏ヒンジが生じることがある。ところが、

損傷が部材内に広がる場合には、その挙動を簡単な部材損傷分布モデルで表すことは難しい。構造実験室における部材あるいは骨組の加力実験においても、非線形構造解析の場合と同様に、鉛直荷重の影響を無視して、地震力により部材内の曲げ

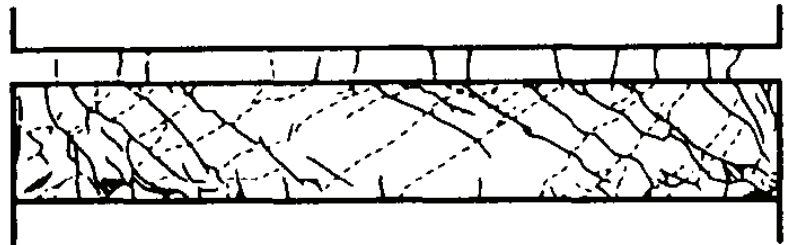


図 3.1 : 繰り返し加力を受ける梁のひび割れ

モーメントが直線的に分布する（図 2.2）と仮定し、部材両端に最大モーメント、部材中央に曲げモーメントの反曲点が生じる状態で加力して、荷重-変形関係あるいは破壊状況を調べることが多い。それでも、部材内の損傷は部材端部に集中するのではなく、ひび割れが部材軸に沿って分布する（図 3.1）。そのため、鉄筋コンクリート造構造物の非線形構造解析では、部材内に進展する損傷を表す部材内の剛性分布をモデル化する必要がある。

(2) 部材の剛性行列

非線形領域における構造物の解析では、構造部材の損傷に伴う剛性の変化に対して、荷重の微小増分の範囲では部材の剛性が線形挙動を仮定している。そのため、新しい損傷が生じるたびに部材剛性を再評価し、剛性マトリクスを作り直す必要がある。

部材の剛性マトリクスを作成するために、部材内に任意の応力状態を想定した単純支持部材 AB を取り上げる（図 3.2）。部材端における微小な応力および変形の増分の関係を作成しなければならない。すなわち、部材端におけるモーメント Δm 、 Δm および軸力 Δp_A と、部材端の回転角 $\Delta \theta$ 、 $\Delta \theta$ および軸方向変形 Δe_A の関係を求める。マトリクスの形で表せば、部材の瞬間剛性行列は以下の形に書ける：

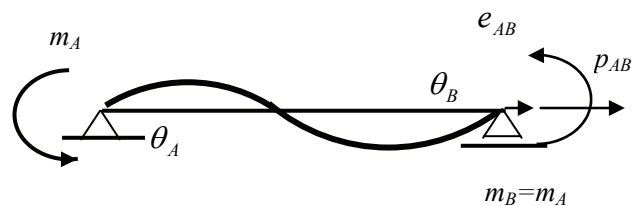


図 3.2 : 部材端力と変形の関係

$$\begin{Bmatrix} \Delta p_{AB} \\ \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta e_{AB} \\ \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{Bmatrix}_i$$

線形弾性の構造解析では、柱とか梁のような一様な長方形断面部材は、その部材断面の重心位置を通る直線で表わされる。その理由は、曲げモーメントを受ける部材が線形弾性の範囲では、断面重心位置が中立軸となり、断面重心位置で歪度がゼロとなるためである。このため、部材に沿って曲げモーメントが作用しても、軸方向変形が生じないし、軸力が作用した場合に部材端部に回転変形が生じない。すなわち、線形弾性の範囲では、軸方向と曲げの相互作用がなく、上記の部材剛性マトリクスでは、要素 k_{12} 、 k_{13} 、 k_{21} 、 k_{31} はすべてゼロとなる。

しかし、曲げモーメントにより鉄筋コンクリート造部材に曲げひび割れが生じると、断面の中立軸は断面の重心位置から圧縮側に移動し、ひび割れ前の断面重心位置にはひび割れにより引張歪度が生じ、断面重心位置において伸び変形 Δe_A が生じる (図 3.3)。このような伸び変形は部材実験においても観察されている。そこで、部材剛性マトリクスでは、要素 k_{12} 、 k_{13} 、 k_{21} 、 k_{31} はゼロではなくなる。このような軸方向と曲げの相互作用を考慮できる部材モデルは極めて少ない。

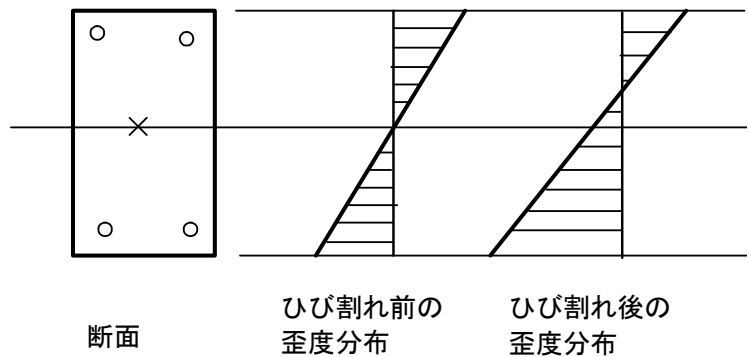


図 3.3 : 曲げひび割れによる中立軸の移動

また、部材端のモーメント Δm_A 、 Δm_B は、部材の軸方向変形の影響を無視したとしても、両端の部材端回転角 $\Delta \theta_A$ 、 $\Delta \theta_B$ によって決まる。しかし、部材実験では、部材端の回転角 $\Delta \theta_A$ 、 $\Delta \theta_B$ の組み合わせをいろいろに変化させて実験を行うことはできない。通常は、両端の回転角が等しい条件 ($\theta_A = \theta_B$) に対して、すなわち、両端のモーメント ($m_A = m_B$) とする部材内の曲げモーメント分布が逆対称となる条件で、漸増载荷あるいは繰り返し载荷実験を行って、部材端モーメント m と回転角 θ の関係を調べる人が多い (図 3.4)。

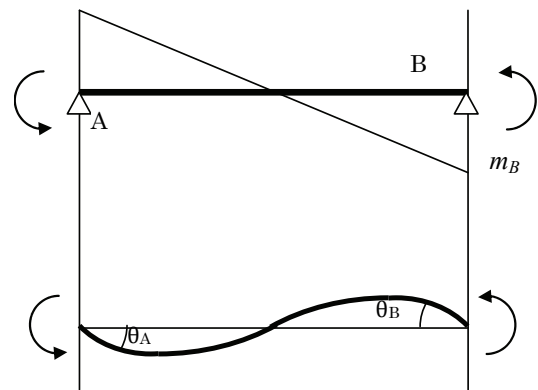


図 3.4 : 逆対称曲げによる部材端力-変形

(3) 部材端の曲げモーメントー回転角関係

曲げ理論によれば、部材のモーメントに対応して曲率分布が定められる。部材内の曲率分布が定められると、構造力学の単位荷重法 (仮想仕事法) によって部材内の変位を定めることができる。例えば、単純支持された梁部材の両端に等しい大きさの曲げモーメントが作用した場合 (部材内に逆対称曲げモ

ーメントが分布する場合) について、部材端が曲げひび割れ、曲げ降伏、終局に達するときの部材端回転角を求めてみよう。単位荷重法により構造物の変位を求める場合には、変位を求める方向に単位の荷重を加えたときの曲げモーメント M_l と、構造物に作用する荷重による曲率 ϕ のそれぞれの点における積を、構造物全体に積分すればよい。

(a) 曲げひび割れ

部材端部に曲げひび割れが生じるまでは弾性挙動をするから、曲率分布は曲げモーメントをひび割れ前の等価断面の断面 2 次モーメントとコンクリートの弾性係数で除したものとなるから、曲率分布も直線的である (図 3.5)。

部材の左端部の回転角を計算するのに、部材左端に単位のモーメントを加えて生じる曲げモーメントと曲率を乗じて、部材長さについて積分すればよい。

(b) 曲げ降伏

逆対称曲げモーメント分布を考えているから、曲げモーメントは部材中央に反曲点がある直線分布になる。部材中央の反曲点からひび割れモーメントが生じる点までは曲率はモーメントに比例して直線分布であるが、部材端にひび割れが生じると断面の中立軸が圧縮側に移動して、曲げモーメントと曲率の関係は初期の線形関係から外れる (図 3.6)。ひび割れモーメントの点から部材端にかけての曲率分布も、曲げモーメントと曲率が比例関係にあるから、部材中央の反曲点を通る。

部材端に単位モーメントを加えたときの曲げモーメントと曲率分布の積を積分するのは、手計算では少々面倒であるが、簡単なプログラムを書くことはできる。

(c) 終局

部材端の曲げモーメントが曲げ終局モーメントに達するときも曲げモーメントは逆対称の直線的に分布するが、曲率の分布は少々複雑になる。曲率は、曲げモーメントがひび割れモーメント、降伏モーメントに対応する点で変化し、両端は終局時の曲率になる (図 3.7)。曲げ降伏する点は部材端に近く、曲率から部材端回転角を計算すると、降伏から終局までの曲率は部分に変形に寄与しない。しかし、部材実験によれば、終局時には降伏領域が部材端から部材せい の 1/2 から部材せい程度の範囲に広がり、部材両端が降伏した後にも、大きな塑性変形が生じて、靱性のある挙動を示す。

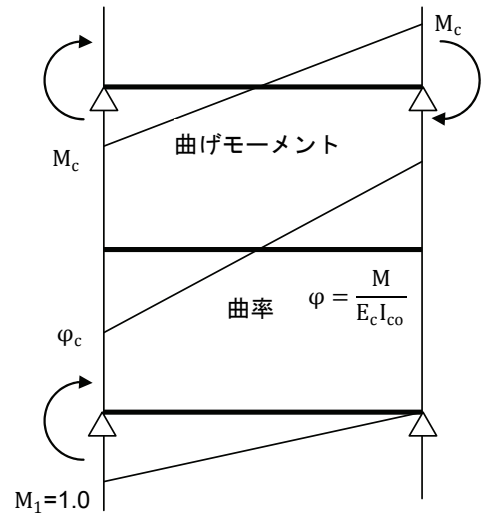


図 3.5 : ひび割れ時のモーメントと曲率

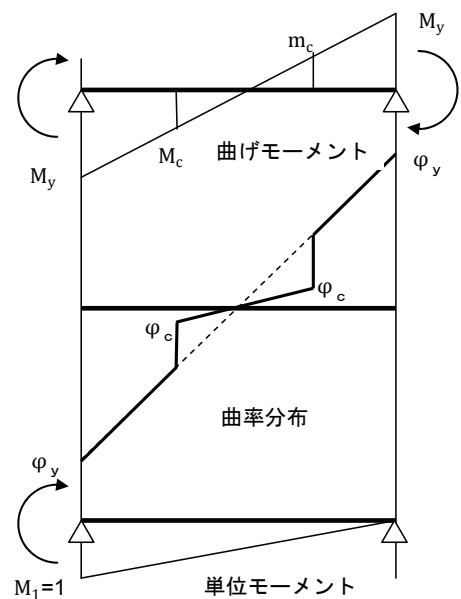


図 3.6 : 曲げ降伏時のモーメントと曲率

(d) まとめ

曲げ理論によれば、平面保持の仮定により計算される断面の曲げモーメントと曲率の関係を用いれば、部材端の曲げ回転角を計算することができるが、このように計算された部材端回転角と実験から得られる部材端回転角を比較すると、必ずしもよく対応するとは言えない。例えば、引張鉄筋が降伏するときには、計算値が実験値に比べて極めて小さい値になることが知られている。これは、部材内に生じるせん断変形や鉄筋とコンクリートの付着滑りなどの変形が曲げ解析に考慮されていないためである。

そこで、日本では、実験で得られる部材端モーメント-回転角の関係を統計処理した実験式が使用されることが多い。例えば、菅野（1970）によれば、逆対称曲げ荷を受ける部材の弾性剛性（ $= 6EI/l$ ）に対する降伏時剛性の比（降伏時剛性低下率 α_y ）は以下の式で表される（図 3.5）。

$$\alpha_y = (0.043 + 1.64 n p_t + 0.04 + 0.33 \eta_0) ()^2$$

ここで、 n ：コンクリートに対する鉄筋の弾性係数比（ $= E_s/E_c$ ）、 p_t ：引張鉄筋比（ $= a_t/bD$ ）、 a_t ：引張鉄筋断面積、 b ：部材断面幅、 D ：部材全せい、 a ：部材のせん断スパン（部材長さの半分）、 η_0 ：軸力比（ $= N/bDF_c$ ）、 N ：軸力、 F_c ：コンクリートの圧縮強度、 d ：断面の有効せい（断面圧縮縁から引張鉄筋重心位置までの距離）。

鉄筋が引張降伏したのちの剛性を定めるのは難しい。終局時の変形を評価できる適切な方法がないので、通常は、弾性剛性に比べて、数値計算で不安定にならない程度の大きさの値を用いることが多い（例えば、1/1000 程度）。

参考文献

菅野俊介：鉄筋コンクリート部材の復元力特性に関する研究、東京大学学位論文、1970年12月。
 Panagiotakos, T. and M. N. Fardis, "Deformation of R.C. Members at Yielding and Ultimate," Structural Journal, American Concrete Institute, Vol. 98, No. 2, 2001, pp. 135-148.

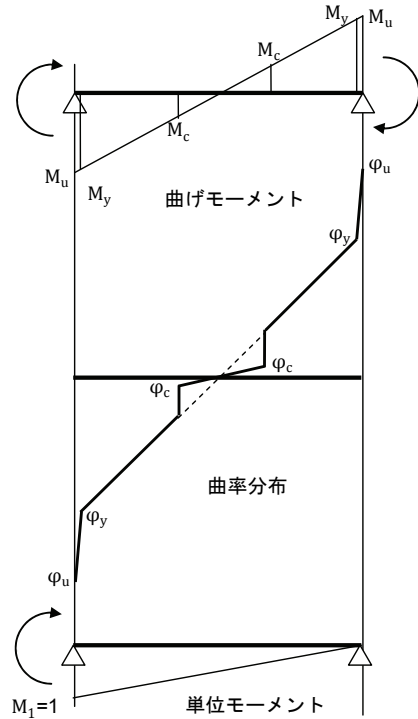


図 3.7：終局時のモーメントと曲率

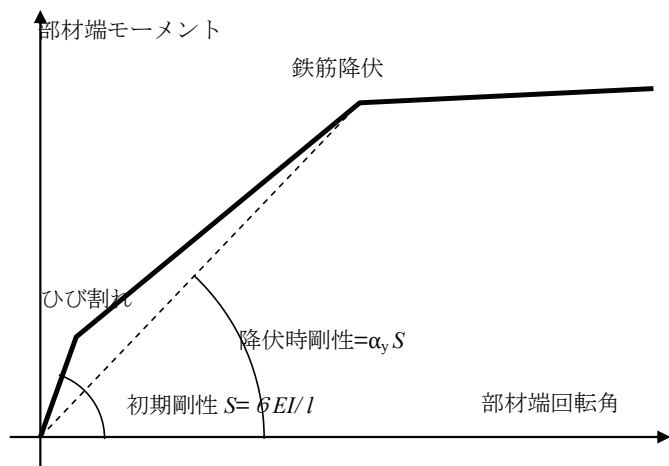


図 3.8：降伏点剛性低下率

4. 鉄筋コンクリートの部材モデル

骨組の非線形解析の歴史的な発展を見ながら、鉄筋コンクリートの非線形解析のための部材モデルについて見ていこう。

(1) 材端完全塑性ヒンジによるモデル化

構造物の漸増载荷に対する非線形解析が行われた時（例えば、Berg-DaDeppo、1960）には、弾性解析の方法において、部材端が降伏モーメントに達すると、その位置にヒンジを挿入して、増分荷重に対する弾性解析を継続する方法がとられた。即ち、部材内の全ての塑性変形が塑性ヒンジに集中し、部材断面が降伏モーメントに達すると完全塑性の性状を示す場合しか扱うことができず、降伏後に歪硬化を表すことができなかつた。除荷する場合には、ヒンジを取り除き、弾性部材として増分解析を継続した。

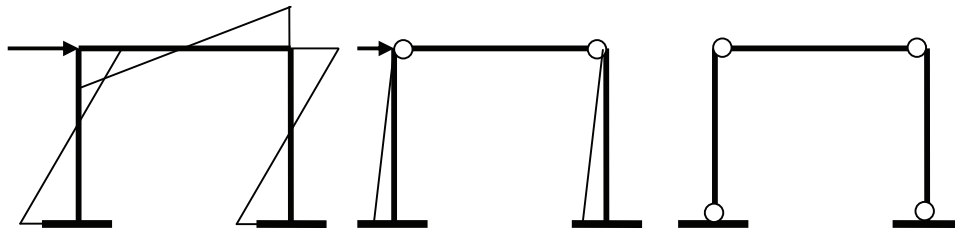


図 4.1 : 材端ヒンジによる解析

参考文献 :

Berg, G. V., and D. A. DaDeppo, "Dynamic Analysis of Elasto-Plastic Structures," Proceedings, Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 86, EM2, April 1960, pp. 35-58.

(2) 分割梁モデルによる歪硬化のモデル化

部材端における降伏後の歪硬化を考慮するために、Cloughら（1965）は、両端で剛結する2つの仮想的な並列要素に分割するモデルを提案した。そのうち、1つの要素は端部曲げモーメントが降伏モーメントに達するとヒンジを挿入するものであり、2つ目の要素は弾性である。

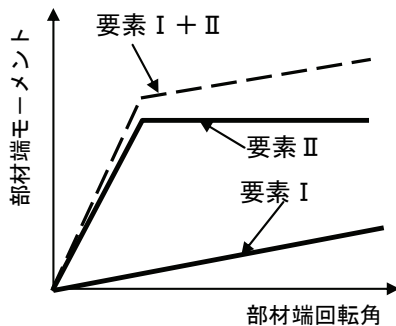


図 4.3 : 分割梁モデルの荷重—変形

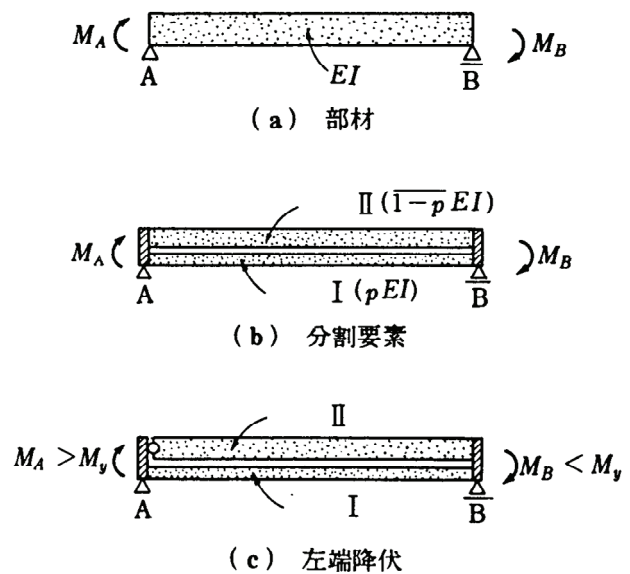


図 4.2 : 分割梁モデル

部材が降伏して分割要素の1つが降伏しても、弾性要素が部材端モーメントに抵抗するので、曲げモーメントが増大する歪硬化の効果を表すことができる。降伏後に端部モーメントが除荷すれば、降伏した要素のヒンジがなくなり、部材は初期弾性剛性で端部モーメントが減少する。

この梁部材の剛性マトリクスは、分割された要素の状況として、両端弾性、一端ヒンジで他端ヒンジ、両端ヒンジ（図4.4）となる3つのケースを考慮して、それぞれの状況にある部材について、部材端回転角が等しく、全体部材の材端モーメントはそれぞれの要素の要素端モーメントの和であるとして、剛性を重ね合わせることによって求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} (4p_1 + 3p_3) & 2p_1 \\ 2p_1 & (4p_1 + 3p_2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{Bmatrix}$$

注：図4.4において、要素の左端にヒンジがあり右端が弾性である要素（剛性 p_2EI ）と要素の右端にヒンジがあり左端が弾性である要素（剛性 p_3EI ）が同時に存在することはないことに注意する。

このモデルの特色は、部材端モーメントは両端の部材端回転角によって決まることであり、その端部の回転角だけによって決まらないことである。しかし、このモデルの欠点は、分割する並列要素の剛性の割合を変えない限り、任意の履歴モデルに対応できないことである（Giberson (1967)）。

1つの部材を更に多くの並列要素に分割すれば、複数の折れ点で荷重-変形関係が変化する部材の解析に使用できる。ひび割れと降伏で剛性が変化する鉄筋コンクリート部材に対して、Aoyama-Sugano (1968) は並列する3要素を用いるモデルを提案している。また、分割要素の剛性を変位履歴とともに変化させて、任意の履歴モデルに対応させる提案もある（Takizawa, 1976）。

参考文献

Clough, Ray W., K. L. Benuska and E. L. Wilson, "Inelastic Earthquake response of tall buildings," Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand, Vol. II, Session II, 1965, pp. 68-89.

Aoyama, Hiroyuki, and T. Sugano, "A Generalized Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Structures based on the Tests of Members," Recent Researches of Structural Mechanics, Contribution in Honor of the 60-th Birthday of Professor Y. Tsuboi, 宇野書店、1968, pp. 15-30.

Takizawa, Haruo, "Notes on Some Basic Problems in Inelastic Analysis of Planar R/C Structures (Part 1)," (社)日本建築学会論文報告集、(社)日本建築学会、No. 240, 1976年2月, pp. 51-62.

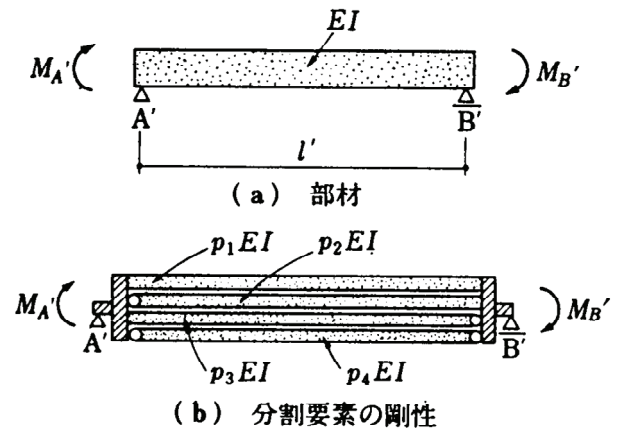


図4.4：分割梁要素の状況

(3) 材端剛塑性回転ばねモデル

分割梁モデルの欠点は、任意の材端モーメントと回転角の関係を表す履歴モデルに対応できないことである。そこで、Giberson (1967) は部材中央部を線形弾性として、部材端に剛塑性回転ばねを使用するモデル（材端剛塑性回転ばねモデル）を提案した（図 4.5）。材端剛塑性回転ばねモデルと分割モデルとの比較を行い、材端剛塑性回転ばねモデルの方がいろいろな履歴モデルに対応できる利点を指摘している。

部材端部の回転角は、線形弾性の中間部の回転角と端部の回転角の和であり、部材端曲げモーメントは線形弾性の要素と回転ばねでは等しいから、部材としての剛性マトリクスは、

$$\begin{Bmatrix} \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix} = \frac{(6EI/L)}{(2+s_A)(2+s_B)-1} \begin{bmatrix} 2+s_B & 1 \\ 1 & 2+s_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \end{Bmatrix}$$

と書くことができる。ここで、 EI ：線形弾性の中間部の曲げ剛性、 L ：部材の長さ、 k_A, k_B ：回転ばねの剛性、 $s_A = \frac{6EI}{L} / k, s_B = \frac{6EI}{L} / k$ である。

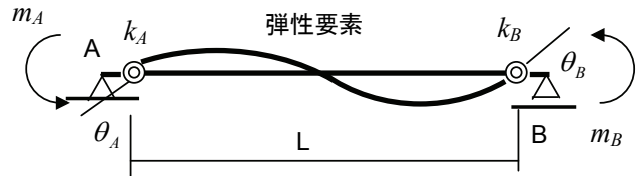
ばねの剛性は、部材端に適当な降伏ヒンジ長さを仮定し、その領域に降伏曲率が分布するとして計算してもよい。

このモデルの最大の欠点は、部材端の塑性回転角の大きさが、部材の曲げモーメント分布に関係なく定められてしまうことである。例えば、部材中央に反曲点がある逆対称曲げモーメント分布と他端の曲げモーメントがゼロとなる場合では塑性領域の曲率分布が異なるから、部材端の回転角も異なる筈である。このモデルでは、部材内の曲げモーメント分布に関わらず、部材端の塑性回転角はその部材端のモーメントのみで決まってしまう。

しかし、このモデルの最大の利点は、部材端の回転ばねの履歴モデルにいろいろなモデルを使用できることである。

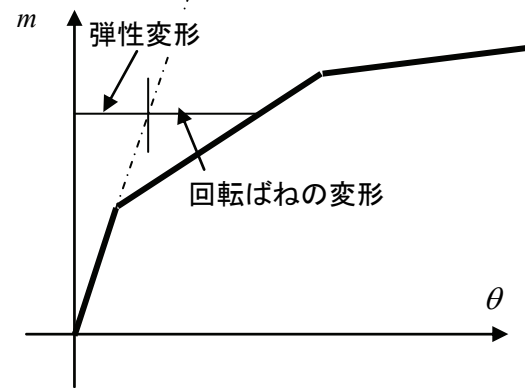
参考文献

Giberson, M. F., "The Response of Nonlinear Multi-story Structures subjected to Earthquake Excitation," EERL Report, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, 1967.



材端剛塑性回転ばねモデル

図 4.5：材端剛塑性回転ばねモデル



部材端端モーメント-回転角関係

図 4.6：部材端端モーメントと回転角関係

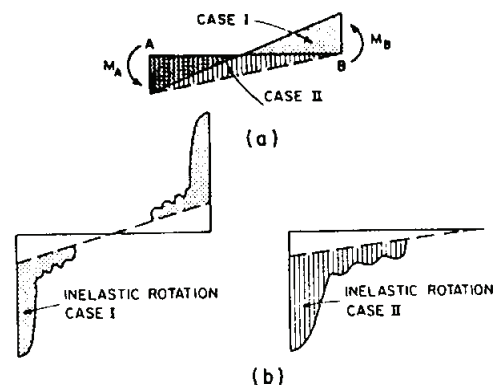


図 4.7：曲げモーメント分布と回転角

(4) 部材を長さ方向に分割するモデル

部材の長さに沿って剛性が変化する様子を表すためには、部材の各点に弾塑性回転ばねを配置して、ばね周辺の曲げ回転変形を表すか（図 4.8(a)）、部材長さ方向の短い長さの要素に分割して、その要素の曲げ剛性を曲げモーメントの履歴とともに変化させること（図 4.8(b)）が考えられる。

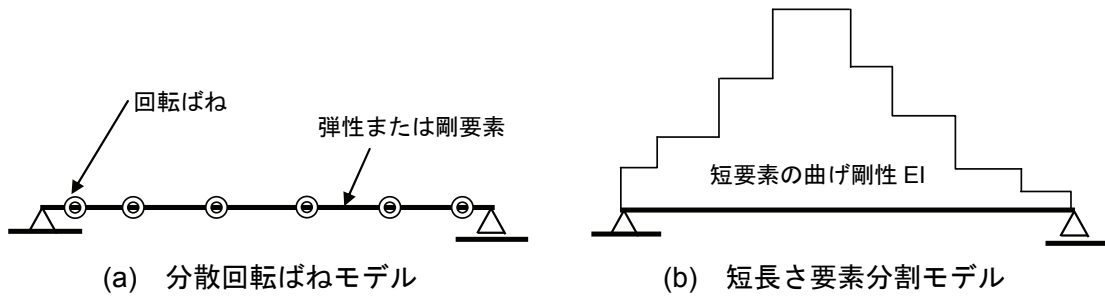


図 4.8 : 部材に沿う柔性分布を考慮するモデル

回転ばねを部材各点に分散配置するモデルは Wen-Janssen (1965)が平面骨組の弾塑性解析に使用している。部材の質量と変形はばねの位置に集中すると仮定している。ばねとばねの間は剛と仮定していたが、弾性変形を仮定することもできる。Powell (1975)は、塑性変形が集中する領域では短い間隔で回転ばねを配置することを勧めている。部材の左端から距離 x_i に回転ばね（剛性の逆数である柔性 f_i ）とし、ばねとばねの間を剛とすると（図 4.9）、部材の柔性マトリクス（剛性マトリクスの逆行列）は

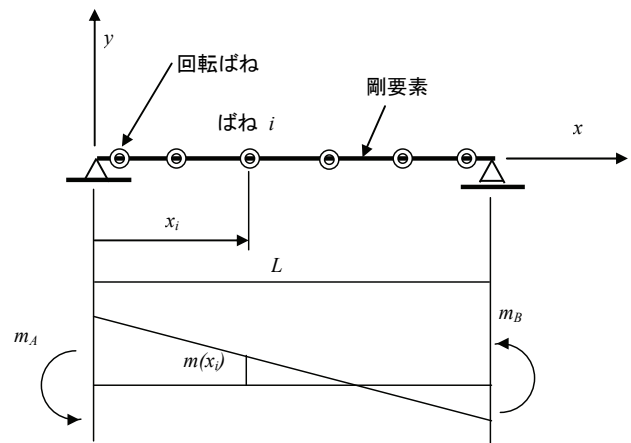


図 4.9 : 分散回転ばねモデル

となる。ここで、柔性マトリクスの各要素は

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{AA} & f_{AB} \\ f_{BA} & f_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix}$$

$$f_{AA} = \sum_i \left(1 - \frac{x_i}{L}\right)^2 f_i$$

$$f_{AB} = f_{BA} = \sum_i \left(\frac{x_i}{L}\right) \left(1 - \frac{x_i}{L}\right) f_i$$

$$f_{BB} = \sum_i \left(\frac{x_i}{L}\right)^2 f_i$$

となる。剛性マトリクスは柔性マトリクスを逆行列を計算すればよい。

部材を長さ方向に短い要素に分割するモデルで（図 4.10）は、各短要素の剛性マトリクスは接線曲げ剛性 EI_i と要素長さ x_i を用いれば（図 4.11）、線形弾性とする要素の剛性マトリクスを求めることができる。

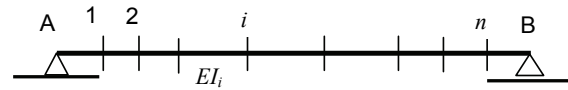


図 4.10：短要素分割モデル

$$\begin{Bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta d_1 \\ \Delta d_2 \end{Bmatrix}_i$$

各要素と要素の接点における変位と外力を自由度とすれば、部材の剛性マトリクスを表すことができるが、変位の自由度が多くなる。そこで、内部節点における外力がゼロであるとして、静的縮約を行えば変位自由度を部材両端の回転角に減らすことができる。

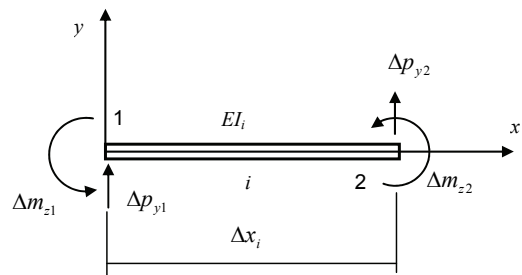


図 4.11：短要素の節点自由度

これらの柔性分布を考慮するモデルでは、内部節点

において、荷重増分の間を生じる要素剛性の変化に伴い、節点に生じる不釣り合い力を解除することである。細部にわたる問題であるのでここでは触れない。

参考文献

Wen, R. K., and J. G. Janssen, "Dynamic Analysis of Elasto-Inelastic Frames," Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering, Wellington, New Zealand, January 1965, Vol. II, pp. 713-729.

Powell, G. H., "Supplement to Computer Program DRAIN-2D, Supplement to Report, DRAIN-2D User's Guide, University of California, Berkeley, 1975.

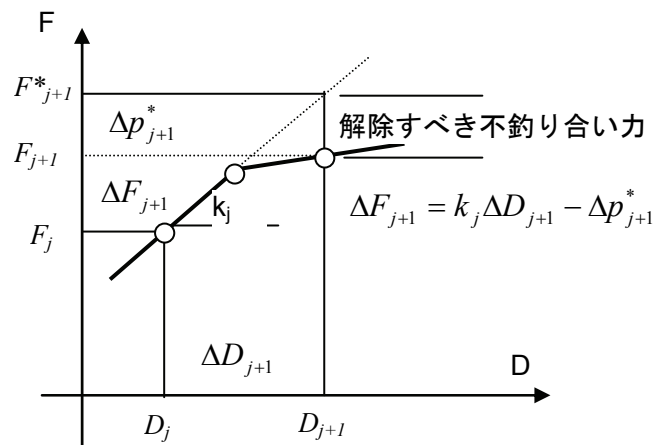


図 4.12：荷重増分における剛性変化による不釣り合い力

(5) 連層耐震壁のモデル

耐震壁はせん断変形が卓越する部材であるが、連層耐震壁は梁部材のように曲げ変形の成分が大きくなる。連層耐震壁では、地震時の曲げモーメントの反曲点が耐震壁の層と層の間に生じることは少ないので、柱あるいは梁のような骨組部材に使用される(3) 材端剛塑性回転ばねモデルは適当ではない。耐震壁の断面の中央を通る線材として表し、(4) 部材を長さ方向に分割するモデルを用いる場合もあったが、連層耐震壁に作用する曲げモーメントにより、断面の引張側にはひび割れが発生し高さ方向に引張変形が生じ、断面の中立軸の移動などに伴う部材の伸縮変形を表現するのは適切ではない。

そこで、図 4.13 に示すような、層と層との間を 3 本の鉛直要素で表すモデルを使用することがある (Otani, Kabeyasawa, Shiohara and Aoyama, 1985)。層の位置の梁は剛とする。外側の鉛直の要素は、耐震壁の側柱の位置に設け、壁の曲げモーメントによる鉛直変位を表すもので、軸力のみを負担する。断面中央の鉛直要素は、曲げ、せん断、軸方向変形を考慮する回転ばね、水平ばね、鉛直ばねを有する。

軸方向のばねの特性には、コンクリートの引張りひび割れによる伸び、圧縮力に対する高い剛性、繰り返し軸力に対する履歴特性を考慮する。

連層耐震壁では、下階における曲げひび割れにより縦方向の変形が生じるので、上部に行くに従い、鉛直変位が大きくなり、耐震壁の面内あるいは面外に接続する梁端部に大きな上方向の変位が生じる。この梁端の変位にともなうせん断力より、耐震壁には圧縮力が作用し、耐震壁の曲げ耐力を大きくする効果がある。

米国カリフォルニア大学の Bertero-Vulcano (1987) は、耐震壁を短い部材に分割して解析する方法を提案している。

参考文献

Otani, S., T. Kabeyasawa, H. Shiohara and H. Aoyama, "Analysis of the Full-scale Seven-story Reinforced Concrete Test Structure," ACI SP-84, Earthquake Effects on Reinforced Concrete Structure, US-Japan Research, American Concrete Institute, Detroit, 1985, pp. 203-239.

Vulcano, A., and V. V. Bertero, "Analytical Models for Predicting the Lateral Response of RC Shear Walls," University of California at Berkeley, Earthquake Engineering Research Center, Report No. EERC 87-19, 1987.

(6) まとめ

ここで紹介したモデル化の方法は、節点変位を未知数として、節点の力の釣合い条件を用いて構造物全体の剛性マトリクスを作成する変位法の原理に基づいている。最近では、部材の変形形状を仮定する応力法の方法が脚光を浴びていることを補足しておく。興味のある人は以下の参考文献を見ることを勧める。

参考文献

Kaba, S. and S. A. Mahin, "Refined Modeling of Reinforced Concrete Columns for Seismic Analysis," EERC Report 84/03, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1984.

Zeris, C. and S. A. Mahin, "Analysis of Reinforced Concrete Beam-columns under uniaxial excitation, Journal, Structures Division, ASCE, Vol. 114, No. ST4, April 1988, pp. 804 - 820.

Zeris, C., and S. A. Mahin, "Behavior of Reinforced Concrete Structures subjected to Biaxial Excitation," Journal, Structures Division, ASCE, Vol. 117, No. ST9, September 1991, pp. 2657 - 2673.

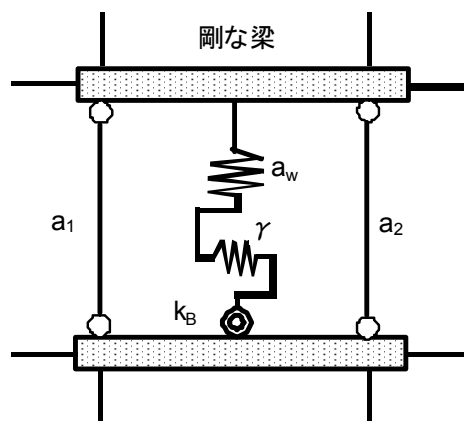


図 4.13 : 連層耐震壁のモデル
(Kabeyasawa Model)

Spacone, E., F. C. Filippou and F. F. Taucer, "Fiber Beam-column Model for Non-linear Analysis of R/C Frames: Part I. Formulation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 1996, pp. 711 - 725.

Spacone, E., F. C. Filippou and F. F. Taucer, "Fiber Beam-column Model for Non-linear Analysis of R/C Frames: Part II. Applications," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 1996, pp. 727 - 742.

Coleman, J., and E. Spacone, "Localization Issues in Force-based Frame Elements," *Journal, Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127, No. 11, November 2001, pp. 1257 - 1265.

5. 鉄筋コンクリート造部材の履歴モデル

構造物の弾塑性解析には、損傷を受けて剛性が変化する部分の繰り返し荷重による応力-変形関係を定義する履歴モデルが必要である。この履歴関係は、断面を構成する材料の応力度-歪度関係、断面の曲げモーメント-曲率関係、部材端における曲げモーメント-回転角関係、層のせん断力-層間変形関係、構造物を代表する1自由度系の荷重-変形関係では異なる特性を示す。構造物の弾塑性解析をする場合の単位としてどのようなモデルを選定するかによって、使用すべき履歴モデルが異なる筈である。履歴モデルはあらゆる荷重履歴に対して荷重と変形の間係を与えらるものでなければならないし、使用材料、形状、が対応する試験体について実験で観察される特性を表すものでなければならない。

漸増荷重によって得られる荷重-変形関係は復元力特性あるいは骨格曲線と呼ばれる。安定した曲げ挙動が支配的な場合には、骨格曲線は荷重-変形関係の履歴曲線の包絡線で表される。復元力特性は部材の材料特性、断面の幾何学的特性から定義されなければならないが、鉄筋コンクリート部材の復元力特性は、通常、コンクリートの曲げひび割れ点と引張鉄筋の曲げ降伏によって剛性が変化する3本の直線 (Tri-linear 関係) で表す。鉄筋コンクリート構造では、乾燥収縮などによってコンクリートにひび割れが生じやすいことから、ひび割れ前の状態を無視して、すべての断面にひび割れが生じているとして、引張鉄筋の曲げ降伏による剛性変化のみを考慮した2本の直線 (Bi-linear 関係) で表すこともある。

技術の現状では、鉄筋コンクリート部材の初期剛性、降伏変形、終局変形を精度よく評価する方法は提案されていない。特に、構造設計で用いる初期剛性は、コンクリートのヤング係数のばらつき、乾燥収縮によるひび割れなどを考えると評価が難しい。コンクリートの曲げひび割れ発生後には、せん断ひび割れが全体変形に及ぼす影響、主筋とコンクリートの付着応力度伝達とすべりあるいは繰り返し加力による剛性低下などが問題をさらに複雑にする。降伏変形および終局変形の評価には、現状では、実験結果を統計処理した実験式が不可欠である。

荷重変形関係の応答点は、変形 D と復元力 F で表される。復元力特性は降伏点 Y で剛性が変化する二本の直線による関係あるいはひび割れ点 C と降伏点 Y において剛性が変化する三本の直線による関係で表される。荷重-変形の履歴関係を表すには、載荷、除荷、再載荷の用語を用いる (図 5.1) ;

載荷 : 変形の増大とともに荷重の値が大きくなる状態、

除荷 : 載荷あるいは再載荷が終了して、正の荷重では変形が減少して、負の荷重では変形が増大して、荷重の絶対値が小さくなる状態、

再載荷 : 除荷が終了して荷重の符号が変化し、あるいは除荷の途中で、荷重の絶対値が大きくなる状態。

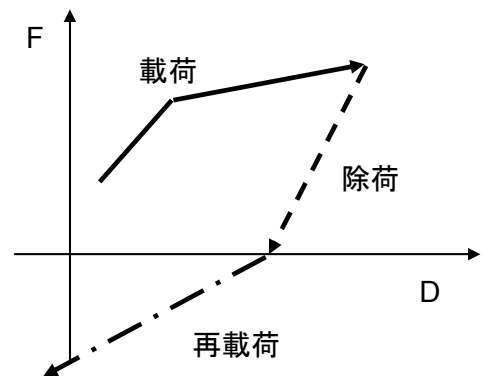


図 5.1 : 履歴に関する用語の定義

細長い柱部材に繰り返し水平荷重を作用させた実験から、鉄筋コンクリート部材の履歴特性を見てみよう (Otani-Cheung, 1981)。この部材には、曲げひび割れ後にせん断ひび割れが生じたが、曲げ挙動が支配的である。主筋の降伏が第3サイクル目に観察された (図 5.2)。一般的な履歴挙動は以下に要約できる ;

(a) 荷重と変形の間係を表す剛性はコンクリートの曲げひび割れと主筋の引張降伏により大きく変化する (サイクル 1)。

(b) 新しい最大変位で繰り返し加力をする、その変位における復元力はほぼ同じであるが、第2サイクルの剛性は第1サイクルの剛性に比べて明らかに低下する(例えば、サイクル3と4)。この剛性低下は、第1サイクル目における新しいひび割れの発生と第2サイクルにおける鉄筋の Bauschinger 効果による。

(c) 荷重-変形関係の頂点を結ぶ平均剛性はそれまでの最大変形とともに低下する。例えば、同じ振幅を与えた第2サイクルと第5サイクルの平均剛性を比べると、第2サイクルよりも大きな変位を与えた後の第5サイクルでは平均剛性が大きく低下している。第5サイクルの平均剛性は、その前の第3サイクルあるいは第4サイクルの平均剛性とほぼ同等である。

(d) 鉄筋コンクリートの履歴特性は荷重履歴に依存する。

(e) 曲げ挙動が支配的な場合には、同じ変位で繰り返すときの耐力はほぼ同等である。

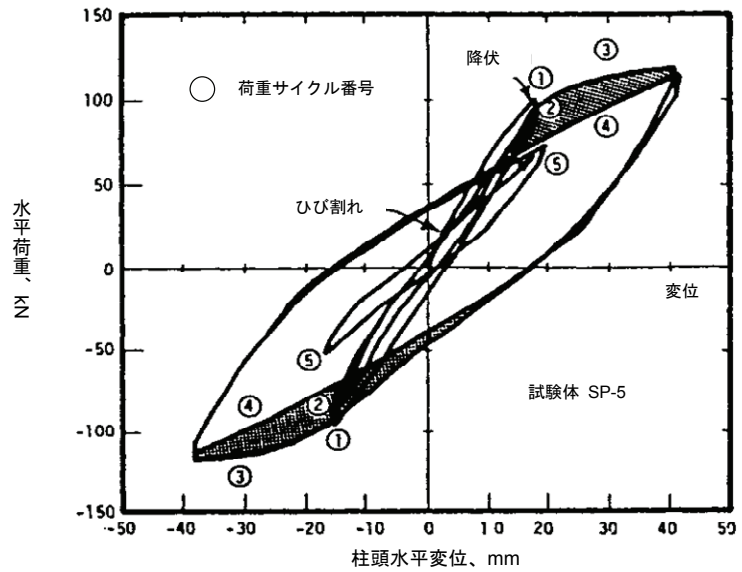


図 5.2 : 鉄筋コンクリートの荷重-変形関係

曲げ挙動が支配的は鉄筋コンクリート部材の履歴モデルは上記の特性で代表される。復元力特性は履歴曲線の包絡線とほぼ同じである。技術の現状では、耐力が低下し始める終局変位を評価することはできない。耐力低下する後の履歴挙動は局所的な破壊に大きく依存して安定した挙動を示さず、また、実際の設計では最大耐力以降の挙動を許容できないので、この履歴特性をモデル化することはない。

鉄筋コンクリート部材に大きな繰り返しせん断力が作用する場合あるいは主筋とコンクリートの付着にすべりが生じる場合には、荷重変形関係は逆S字状の挙動を示す。このようなすべり挙動は以下の場合にも見られる(図 5.3) ;

- (a) 曲げ挙動が支配的な部材で、危険断面において引張側と圧縮側の主筋量が大きく異なる場合、
- (b) 主筋の定着部から抜け出しによる変形が大きくなる場合 (Bertero-Popov, 1977)、
- (c) 部材内で主筋に沿う付着割裂ひび割れが生じる場合。

このような逆S字状の挙動は荷重履歴および部材の構造特性により変化するので、一般的な履歴モデルを構築することが難しく、履歴モデルのパラメータを解析的に定めることも困難である。この

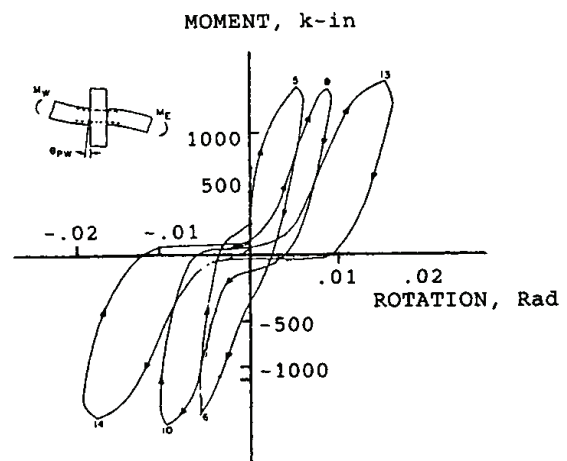
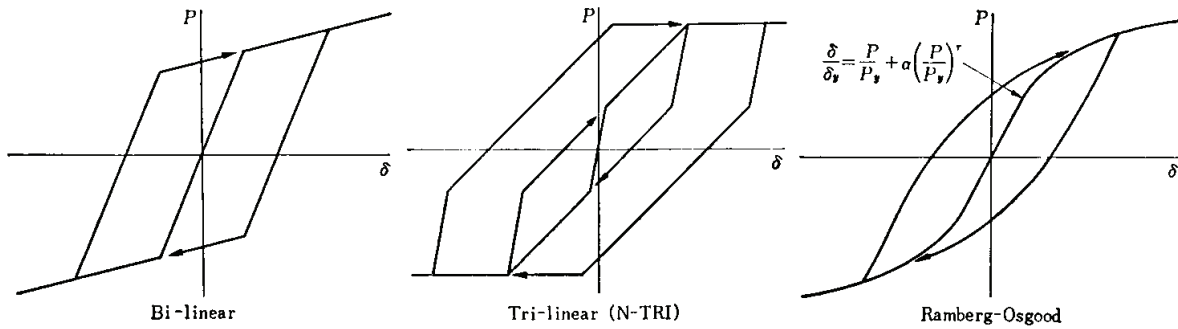


図 5.3 : 鉄筋コンクリート部材の滑り挙動 (Bertero and Popov, 1977)

ような逆S字状の挙動による履歴エネルギー消費が小さいことから、耐震設計ではこのような挙動は好ましくないとされており、せん断あるいは付着に対する設計によりこのような挙動が生じないようにしている。

これまでに、複雑なモデルから単純なものまで、数多くの履歴モデルが提案されている。複雑な履歴モデルでは、数多くの分岐則が決められているので、計算機に履歴側を記憶させる容量が大きくなるが、応答解析では複雑な履歴則があっても、応答の各時刻ではその一部のみを使用するので、演算時間に対する影響は小さい。

除荷と再載荷には載荷時の復元力特性を2倍にして使用する履歴モデルが多い。そのような履歴モデルは一般に"Masing"タイプと呼ばれる。例えば、以下のようなモデルである。



Masing type hysteresis models

図 5.4 : Masing-Type の履歴モデルの例

参考文献

Bertero, V. V., and E. P. Popov, "Seismic Behavior of Ductile Moment Resisting Reinforced Concrete Frames," ACI SP-53, American Concrete Institute, Detroit, 1977, pp. 247-291.

Otani, S., and V. W.-T. Cheung, "Behavior of Reinforced Concrete Columns Under Bi-axial Lateral Load Reversals - (II) Test without Axial Load," Publication 81-02, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1981.

Saatcioglu, M., "Modeling Hysteretic Force-Deformation Relationships for Reinforced Concrete Elements," ACI-SP127, American Concrete Institute, Detroit, 1991, pp. 153-198.

Comite Euro-International du Beton: RC Frames under Earthquake Loading, State of the Art Report, Thomas Telford, 1996.

(1) 完全弾塑性モデル

復元力特性は、弾性と降伏後の完全塑性（降伏した後、変形とともに耐力が上昇しない）の2本の直線で示され、降伏後に除荷が生じると、弾性剛性で除荷し、反対側の降伏耐力に至るまで弾性剛性で挙動する。荷重の絶対値が降伏耐力に達すると、降伏

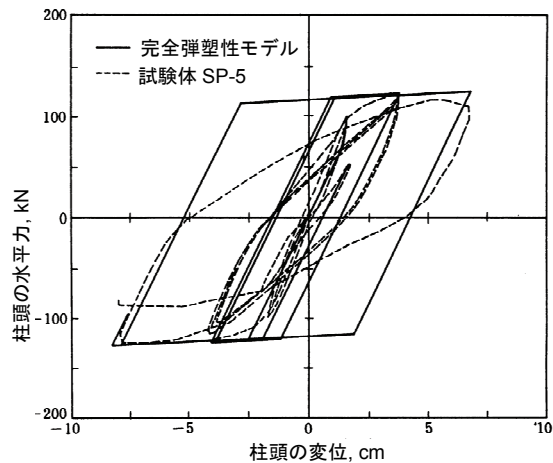


図 5.5 : 完全弾塑性モデルの挙動

耐力を超えて耐力が上昇せず、塑性変形のみが進行する。非線形応答解析の研究の初期の状態では、完全弾塑性履歴モデル（初期弾性で降伏後に完全塑性を示す Elasto-plastic model¹⁾）が多くの研究者によって使用されていた。この荷重-変形関係は実験結果と比較して示す（図 5.5）。降伏後の除荷で弾性剛性とする履歴モデルは簡便であるが、鉄筋コンクリート造部材の履歴特性を表わすとは言えない。

復元力特性が、弾性挙動（第1折れ線）と、降伏後の歪硬化により耐力が上昇する2本の直線であらわされるモデルをバイリニア・モデルという。繰り返し荷重に対して、応答点が降伏点を通る第2折れ線に到達するまでは弾性挙動を示し、応答点が第2折れ線に到達すると、第2折れ線上を移動する。除荷が起こると、正負の第2折れ線で挟まれる間は応答点が弾性勾配（第1折れ線）で挙動して、第2折れ線に到達すると第2折れ線上を移動する。このモデルは繰り返しによる剛性低下を考慮していないし、降伏荷重以下の小さな繰り返しによる履歴エネルギー消費が生じない。この履歴モデルも、鉄筋コンクリート造部材の降伏後の除荷時剛性低下あるいは繰り返しによる剛性低下などの履歴特性を表わさないので、適正なモデルとは言えない。

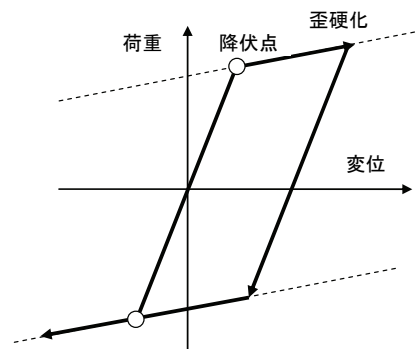


図 5.6 : バイリニア・モデル

(2) 剛性低下型トライリニア・モデル

曲げ挙動をする鉄筋コンクリート造部材の履歴特性を表わす履歴モデルとして、剛性低下型トライリニア・モデルがある（深田泰夫、1969）。復元力特性は、ひび割れと降伏で剛性が変化する3本の直線で表す。ひび割れから曲げ降伏までは、ひび割れ点を剛性が変化するバイリニア・モデルとして挙動するが（図 5.7(a)）、降伏点を超えると、降伏点の歪硬化を表す第3折れ線上を移動する。ここから除荷が始まると、除荷開始点を新しい降伏点とし、反対側の降伏点との間で、第1折れ線と第2折れ線の剛性を、初期と現在の正負の降伏点を結ぶ勾配の比で低下させて、新しい降伏点の間でバイリニア・モデルとして挙動する（図 5.7(b)）。正負の新しい降伏点に到達すると、応答点は第3折れ線上を移動する。

このモデルを、曲げ挙動が卓越する鉄筋コンクリート造部材の実験結果と比較すると、完全弾塑性モデルあるいはバイリニア・モデルに比べれたよく対応している（図 5.8）。このモデルの特色は、

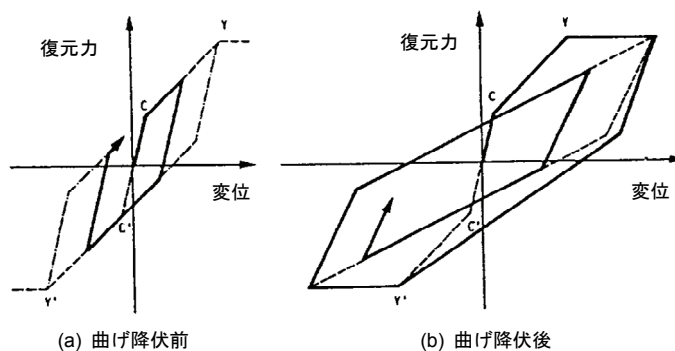


図 5.7 : 剛性低下型トライリニア・モデル

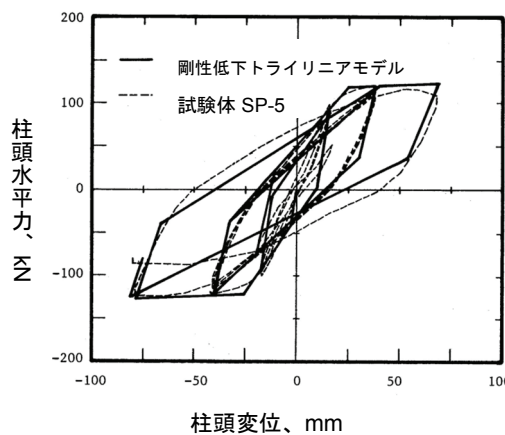


図 5.8 : 剛性低下型トライリニア・モデル

- (a) 降伏後の変形が大きくなるに従い、剛性が連続的に低下する性状を示す、
 - (b) 降伏直後の第1サイクルでは履歴エネルギー消費が大きい、それに続くサイクルでは履歴エネルギー消費が小さくなり、安定している、
 - (c) 安定した履歴エネルギー消費は変位の大きさに比例する。
- ここでは、復元力特性を3本の直線で表したが、第1折れ線と第2折れ線を決めれば、任意の形状の復元力特性曲線を使用してもよい。

参考文献：

深田泰夫：鉄筋コンクリート造建物の復元力特性に関する研究（その1）、日本建築学会関東支部学術研究発表会梗概集、pp.121-124、1969年11月。

(3) Clough Model

漸増载荷に対する復元力特性を降伏点で剛性を変える2本の直線で表すが、鉄筋コンクリート造部材の履歴特性を表わすモデルがClough-Johnston（1966）によって提案された。その特色は、

- (a) 载荷時には応答点が2本の直線で表わされる復元力特性の線上を移動する。
- (b) 降伏後の第2折れ線から除荷が始まると、応力の符号が変化するまで、弾性剛性で挙動する。

(b.1) 再载荷して、第2折れ線に到達すると、第2折れ線上を移動する。

(b.2) 除荷時に応力の符号が変わった再载荷では、応答点は符号の変わった新しい方向の最大応答点（この方向で降伏が生じていない場合には降伏点）に向けて移動する。

というものである（図 5.9）。簡単な履歴側で鉄筋コンクリート造の曲げ挙動をうまく表している（図 5.10）。

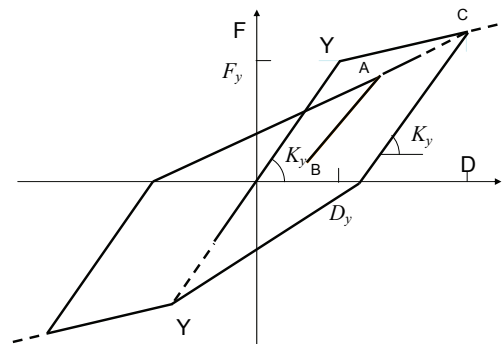


図 5.9 : Clough Model

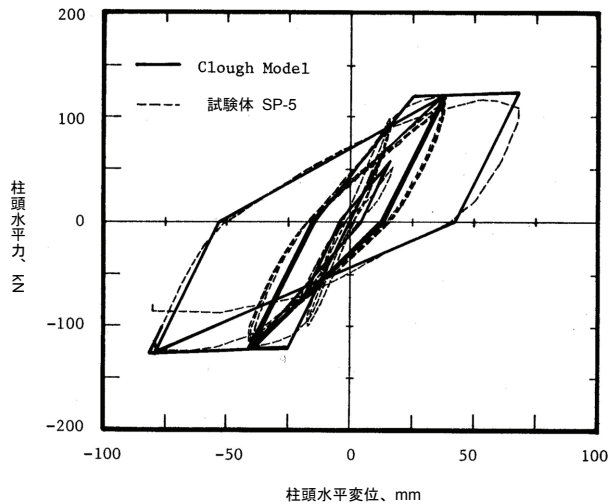


図 5.10 : Clough Model と試験体の挙動

参考文献

Clough, R. W., and S. B. Johnston, "Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements," Proceedings, Second Japan National Conference on Earthquake Engineering, 1966, pp. 227-232.

Mahin, S. A., and V. V. Bertero, "Rate of Loading Effect on Uncracked and Repaired Reinforced Concrete Members," EERC No. 73-6, Earthquake Engineering Research Center, University of California,

Berkeley, 1972.

(4) Takeda Model

数多くの中型鉄筋コンクリート造部材実験結果(軸力レベルが低いものから中程度を含む)に基づき、Takeda ら (1970) は履歴モデルを提案している。

(a) 初期に載荷する場合には、応答点はひび割れ点と降伏点で剛性が変化する3本の直線で表わされる骨格線上を移動する。

(b) ひび割れ点 P_{cr} を超えて降伏点 P_y より手前の点 P から除荷するとき、

(b.1) 除荷が始まる点と反対側でひび割れが生じていない場合には、応答点は、除荷が始まった点と反対側のひび割れ点- P_{cr} の間を移動する。

(b.2) 除荷が始まる点と反対側で既にひび割れが生じている場合には、応答点は除荷が始まった点から反対側のひび割れ点- P_{cr} に向けて除荷し、荷重の符号が変化して再載荷が始まると、その方向の最大応答点に向かう。

(c) 降伏点 P_y のを超えた第3直線上の点 P_m から除荷が始まると、除荷剛性 K_r は

$$K_r = \frac{f_c + f_y}{d_c + d_y} \left| \frac{d_m}{d_y} \right|^{-\alpha}$$

とする。ここで、 f_c : ひび割れ点の耐力、 f_y : 降伏点の耐力、 d_c : ひび割れ点の変位、 d_y : 降伏点の変位、 d_m : 最大応答点 P_m の変位、 α : 除荷剛性低下指数。

(c.1) 除荷が始まる点と反対側でひび割れが生じていない場合には、応答点は、除荷が始まった点と除荷剛性上で反対側のひび割れ点のレベルの点の間を移動する。応答点が除荷剛性上で反対側のひび割れ点のレベルの点に到達すると、その方向の降伏点に向かう。

(c.2) 除荷が始まる点と反対側で既にひび割れが生じているが降伏が生じていない場合には、応答点は除荷が始まった点から除荷剛性で応力がゼロとなる点の間を移動する。除荷剛性で応力がゼロとなる点に到達して応力の符号が変わると、その方向の降伏点に向かう。

(c.3) 除荷が始まる点と反対側で既に降伏が生じている場合には、応答点は除荷が始まった点から除荷剛性で応力がゼロとなる点の間を移動する。除荷剛性で応力がゼロとなる点に到達して応力の符号が変わると、その方向の最大応答点に向かう。

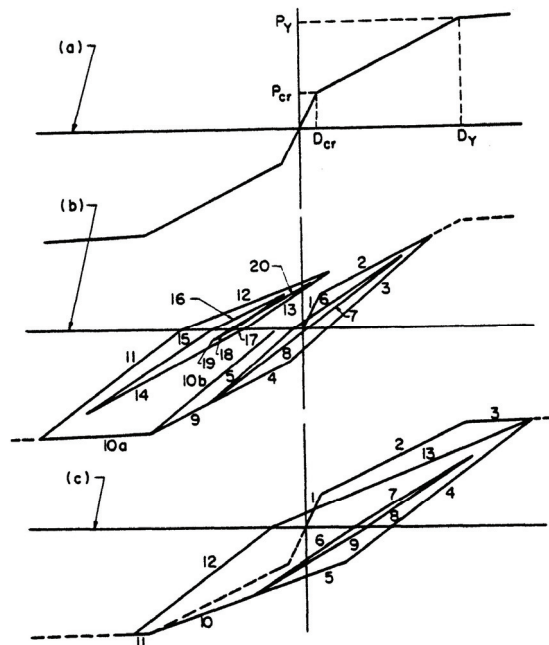


図 5.11 : Takeda Model (1)

(d) 再載荷の途中で除荷する場合には、そのサイクルの外側の除荷剛性で除荷し、応力がゼロになり応力の符号が変わる場合には、そのサイクルの外側のピーク点に向かう。そのピーク点に到達したときには、その外側のサイクルのピーク点に向かう。

Takeda Model は極めて詳細に履歴則を定めており、鉄筋コンクリート造部材の挙動をよく表すと考えられているが、プログラムを作成するのは難しい。ただし、プログラムは長くなるが、演算ではプログラムのごく一部しか使用されないため、応答解析の時間にはあまり影響はない。

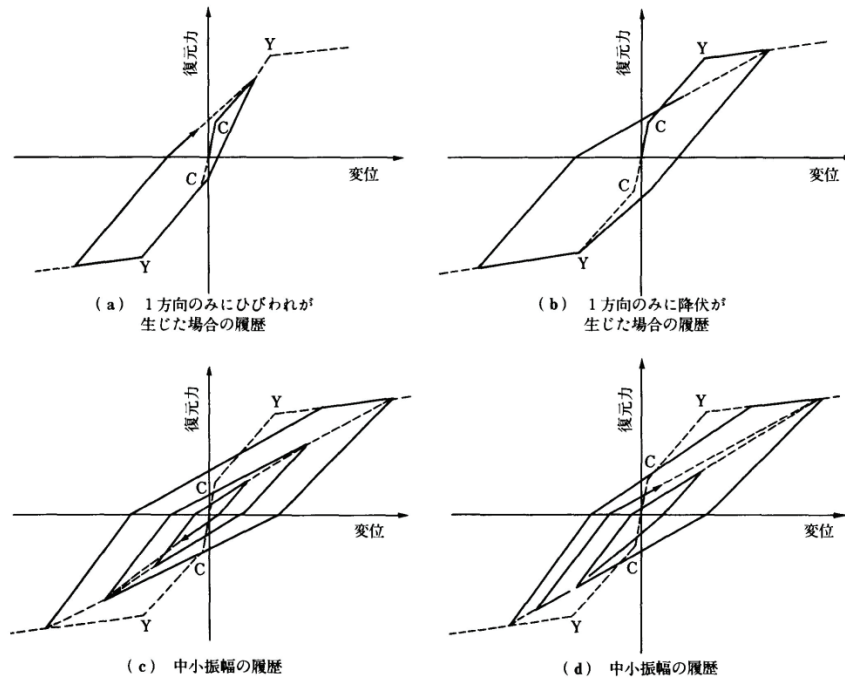


図 5.12 : Takeda Model (2)

参考文献

Takeda, T., M. A. Sozen and N. N. Nielsen, "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes," Journal, Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST12, 1970, pp. 2557-2573.

(5) Pivot Model

Pivot Model では、荷重軸と弾性直線で4つの象限 Q_i を定義する (図 5.13)。漸増載荷するときの荷重変形関係は4本の直線で表わし、初期剛性は降伏点 Y で剛性が低下した後、点 T で強度に達して点 D まで耐力低下が生じて、その後、点 F で耐力がゼロとなる。漸増載荷時の荷重-変形関係は正負で異なってもよい。

正負の弾性線上に履歴形状を支配する4つの Pivot 点を定義する；正側弾性線延長上で負側の降伏耐力 F_{y2} の α_2 倍の耐力を有する Pivot 点 P_4 、負側の弾性線上で正側の Pivot 点 P_4 と同じ耐力を有する Pivot 点 P_3 、負側弾

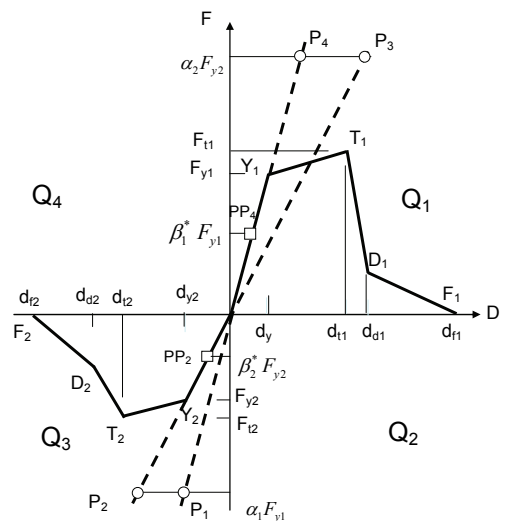


図 5.13 : Pivot Model の象限

性線延長上で正側の降伏耐力 F_{y1} の β_1 倍の耐力を有する Pivot 点 P_2 、正側の弾性線上で負側の Pivot 点 P_2 と同じ耐力を有する Pivot 点 P_1 である。その他に、滑り挙動を定義するための負の弾性線上に Pinching Pivot 点 PP_2 (耐力 $\beta_2^* F_{y2}$)、正の弾性線上に PP_4 (耐力 $\beta_1^* F_{y1}$) がある。これらの Pinching Pivot 点は荷重履歴とともに弾性線上で位置を変える。

以下に特性を示す。

(a) 漸増载荷する場合には正負それぞれの方向で 4 本の直線で定義される骨格曲線上を移動する。

(b) 正負どちらかの方向で降伏点を超えると、骨格曲線上で最大応答変位に対応する最大応答点 S_1, S_2 を定義する。初期の段階では、最大応答点 S_1, S_2 は正負それぞれの方向の降伏点 Y_1, Y_2 とする。

(c) 新しい骨格曲線は、 PP_4 と S_1 、 PP_2 と S_2 を結ぶものに修正する (図 5.14)。

(d) Pinching Pivot 点 PP_4 と PP_2 は初期には固定しているが、耐力低下とともに、荷重-変形関係の弾性線を原点の方向に移動する。新しい Pinching Pivot 点 PP_4 と PP_2 の耐力は $\beta_i^* F_{yi}$ で定義され、 β_i^* の値は

$$\beta_i^* = \beta_i \quad (d_{iMAX} \leq d_{ii})$$

$$\beta_i^* = \beta_i \frac{F_{iMAX}}{F_{ii}} \quad (d_{iMAX} > d_{ii})$$

ここで、 β_i : 耐力低下が始まる前の靱性ある曲げ部材の滑り挙動の程度を表し、 d_{iMAX}, d_{ii} : 正負それぞれの方向の最大応答変位と最大耐力点 T の変位であり、 $i=1$ または 2 は正負を表す。

履歴則は以下のようなになる (図 5.15) ;

- (a) 象限 Q_n ($n=1$ または 3) における载荷は点 P_n に向かい、除荷は点 P_n から離れる方向に移動する。
- (b) 象限 Q_n ($n=2$ または 4) における载荷は Pinching Pivot 点 PP_n に向かって移動した後、Pinching Pivot 点 PP_n に到達すると、骨格曲線上の最大応答点 S_i に向けて移動し、その後は骨格曲線上を移動する。
- (c) 象限 Q_n ($n=2$ または 4) における除荷は、Pinching Pivot 点 PP_n から離れる方向の移動する。

参考文献

Dowell, R. K., F. Seible and E. L. Wilson, "Pivot Hysteresis Model for Reinforced Concrete Members," ACI Structural Journal, Title No. 95-S55, Vol. 95, No. 5, September-October 1998, pp. 607 - 617.

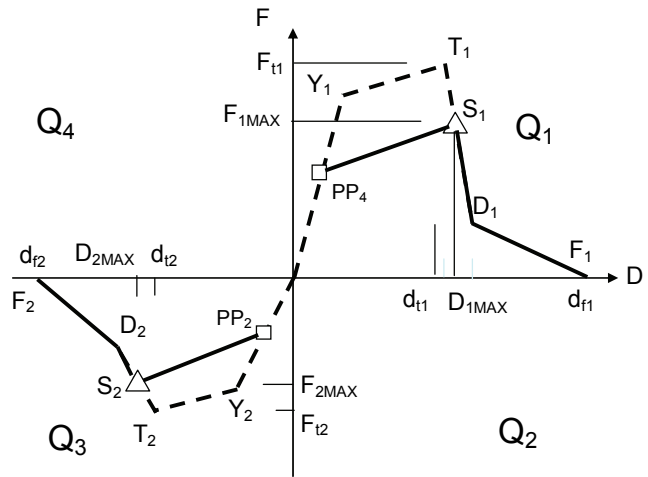


図 5.14 : 最大応答点と骨格曲線

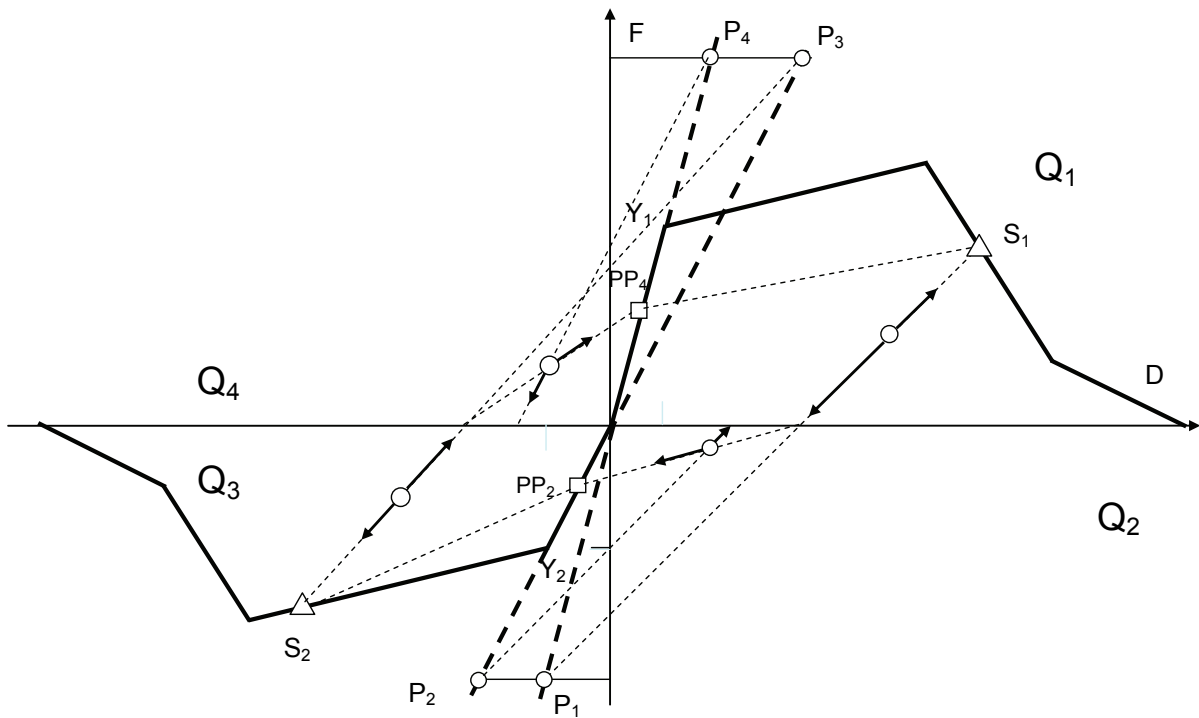


図 5.15 : Pivot Model の履歴則

(6) プレストレスト・コンクリート部材の履歴モデル

プレストレスト・コンクリートは、曲げ強度が大きく、大スパン構造に利用されることが多いが、梁部材には鉛直荷重による曲げモーメントの影響が大きく、部材端部に曲げ降伏を想定する部材損傷モデルが使用できるか、確認する必要がある。また、繰り返し荷重を受けた時の履歴エネルギー消費が少ないため、鉄筋コンクリート造に比べて応答が大きくなる欠点がある。以下に、1つの履歴モデル（林三雄・他、1995）を紹介する。

復元力特性は、コンクリートのひび割れおよび引張鉄筋の降伏で剛性が変化する3本の直線で表す。弾性剛性には曲げ剛性に加えてせん断弾性剛性を考慮してもよい。ひび割れモーメントの計算には、軸力と有効プレストレス力を考慮して定める。コンクリートの引張強度は鉄筋コンクリート造にならって、

$$\sigma_t = 0.56\sqrt{\sigma_c}$$

とする。

降伏モーメントは、断面に作用する軸力と有効プレストレス力を考慮して定めるが、圧縮域のコンクリートの応力度は線形弾性の範囲（圧縮強度の70%程度以下）を超えていることが多いので、注意する。弾性剛性に対する降伏点における割線剛性の比 α_y （降伏点剛性低下率）は、鉄筋コンクリート造部材の

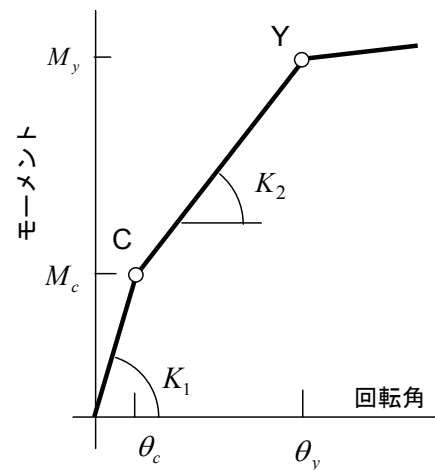


図 5.16 : 復元力特性

場合と同様に、菅野の経験式（菅野俊介、1970）を使用する。

$$\alpha_y = \frac{M_y}{K_1 \theta_y} = \left\{ 0.43 + 1.64n p_t + 0.043 \frac{a}{D} + 0.33 \frac{N}{b D \sigma_B} \right\} \left(\frac{d}{D} \right)^2$$

プレストレスト・コンクリート部材の履歴則を以下に示す。

履歴則(1)：初期荷重では、曲げひび割れ点に達するまで線形弾性で挙動する。応答点が曲げひび割れ点 $C(\theta_c, M_c)$ に達した後は履歴則(2)に従う。

履歴則(2)：応答点は、復元力線上を降伏点 $Y(\theta_y, M_y)$ へ向けて移動する。応答点が降伏点に達した後は履歴則(3)に従う。降伏点に達する前に最大応答点 $M(\theta_m, M_m)$ から除荷する場合には履歴則(2.1)に従う。

履歴則(2.1)：最大応答点 $M(\theta_m, M_m)$ から除荷剛性 K_D で D 点に向けて除荷し、再荷重する場合には応答点は点 M に向かう。ここで、

$$K_A = \frac{M_m - M_A}{\theta_m - \theta_A}$$

$$K_B = \frac{M_m - M'_c}{\theta_m - \theta'_c}$$

$$K_D = \lambda' K_A + (1 - \lambda') K_B$$

点 D は除荷直線と直線 AB の交点である。応答点が再荷重により点 M に達したのちは履歴則(2)に従う。応答点が除荷により点 D に達したら履歴則(2.2)に従う。

履歴則(2.2)：除荷と反対側でひび割れが生じていない場合には履歴則(2.2.1)に、ひび割れが生じている場合には履歴則(2.2.2)による。

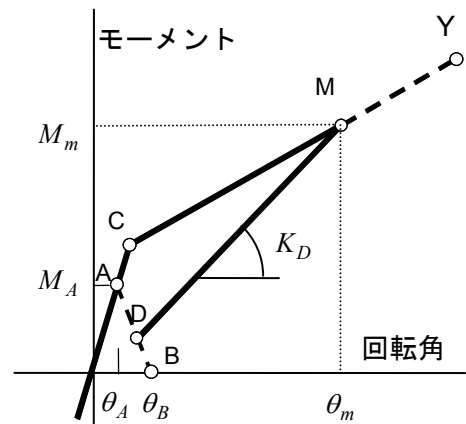


図 5.17：ひび割れ後の除荷

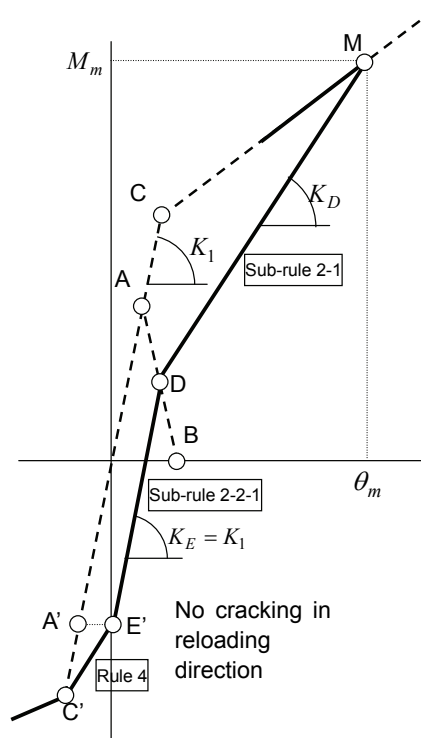


図 5.18：履歴則(2.2.1)

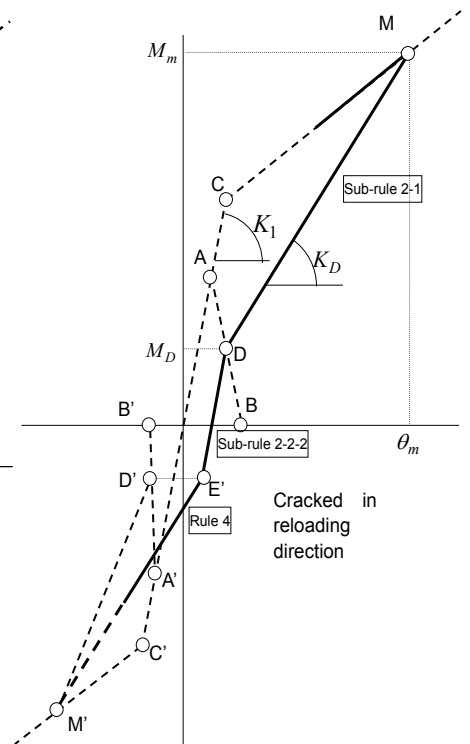


図 5.19：履歴則(2.2.2)

履歴則(2.2.1)：応答点は履歴則(2.1)に定める点 D と再載荷方向の点 A'のモーメントと等しくなる点 E'の間では線形に移動する。線分 DE'の剛性 K_E は初期剛性 K_I と等しい。
 点 E'方向の最大応答点 M'を新しいひび割れ点 C'と呼美、除荷剛性 K'_D を K_I と呼ぶ。点 D'を A'とし、そのモーメント M'_D を M'_A とする。
 応答点が点 E'に到達すると、応答点は履歴則(4)に従う。

履歴則(2.2.2)：履歴則(2.1)の点 D (θ_D, M_D)から再載荷方向の点 D'のモーメントと等しい点 E'へ移動する。除荷剛性 K_E は初期剛性 K_I と等しい。点 D'とそのモーメント M'_D は、履歴則(2.1)あるいは履歴則(3.1)において M' (θ'_m, M'_m)から除荷するとき定義している。
 応答点が再載荷して点 D に到達すると、応答点は履歴則(2.1)に従い最大応答点 M (θ_m, M_m)に向かう。
 応答点のモーメントの符号が変わり、点 E'に到達すると、応答点は履歴則(4)に従う。

履歴則(3)：応答点は復元力曲線の第3折れ線上を剛性 K_3 で移動する。最大応答点 M (θ_m, M_m)から除荷する場合には、履歴則(3.1)に従う。

履歴則(3.1)：応答点は除荷剛性 K_D で除荷する。

$$K_A = \frac{M_y - M_A}{\theta_y - \theta_A} \left(\frac{\theta_m}{\theta_y}\right)^{-\gamma}$$

$$K_B = \frac{M_y - M'_c}{\theta_y - \theta'_c} \left(\frac{\theta_m}{\theta_y}\right)^{-\gamma}$$

$$K_D = \lambda' K_A + (1 - \lambda') K_B$$

ここで、降伏点 Y (θ_y, M_y)は最大応答点 M (θ_m, M_m)の側であり、ひび割れ点 C' (θ'_c, M'_c)は符号の反対側である。点 D は除荷直線と線分 AB の交点であり、その点のモーメントは

$$M_D = M_A \frac{\theta_m - \theta_B - \frac{M_m}{K_D}}{\theta_A - \theta_B - \frac{M_A}{K_D}}$$

である。

応答点が除荷が始まった最大応答点 M に到達すると、

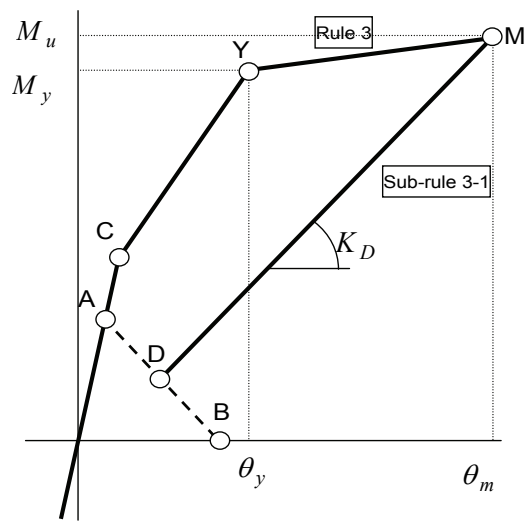


図 5.20：履歴則(3)と(3.1)

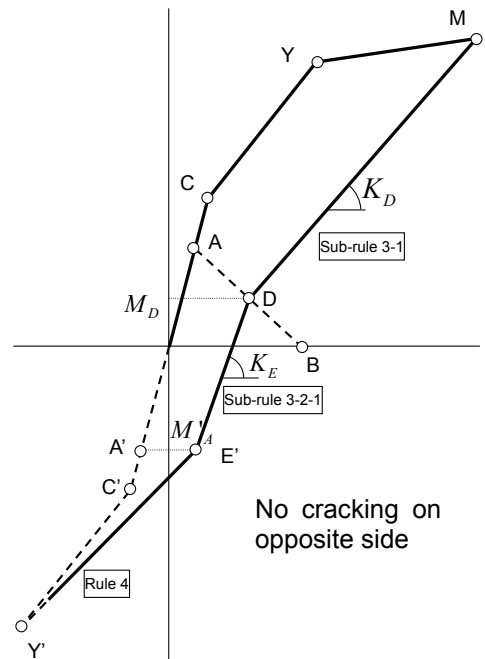


図 5.21：履歴則(3.1)から履歴則(3.2.1)

応答点は復元力特性線上を載荷する履歴則(3)に従う。

もしも、応答点が除荷線上の点 $D(\theta_D, M_D)$ に到達すると、応答点は履歴則(3.2)に従う。

履歴則(3.2)：再載荷方向でひび割れが生じていない場合には履歴則(3.2.1)に従う。再載荷方向でひび割れが生じている場合には履歴則(3.2.2)に従う。

履歴則(3.2.1)：応答点は除荷剛性 K_E で線分 DE' 上を移動する。

$$K'_1 = K_1 \left(\frac{\theta_m}{\theta_y} \right)^{-\gamma}$$

$$K_B = \frac{M_y - M'_c}{\theta_y - \theta'_c} \left(\frac{\theta_m}{\theta_y} \right)^{-\gamma}$$

$$K_E = \lambda' K'_1 + (1 - \lambda') K_B$$

点 E' は除荷線上でモーメントの値が初期載荷線上の点 A' の値と等しい M'_A となる。点 E' と同じ側の最大応答点 M' を降伏点 Y' とし、降伏点からの除荷剛性 K'_D は

$$K'_A = \frac{M'_y - M'_A}{\theta'_y - \theta'_A}$$

$$K_B = \frac{M'_y - M_c}{\theta'_y - \theta_c}$$

$$K'_D = \lambda' K'_A + (1 - \lambda') K_B$$

とする。点 D は除荷線 MD と線分 AB の交点であり、そのモーメント M_D は

$$M_D = M_A \frac{\theta_y - \theta_B - \frac{M_y}{K_D}}{\theta_A - \theta_B - \frac{M_A}{K_D}}$$

となる。

応答点が同じ方向で再載荷して点 D に達すると、履歴則(3.1)に従う。

応答点が反対側の点 E' に達すると、応答は履歴則(4)に従う。

履歴則(3.2.2)：応答点は除荷剛性 K_E で線分 DE' 上を移動する。除荷剛性 K_E は

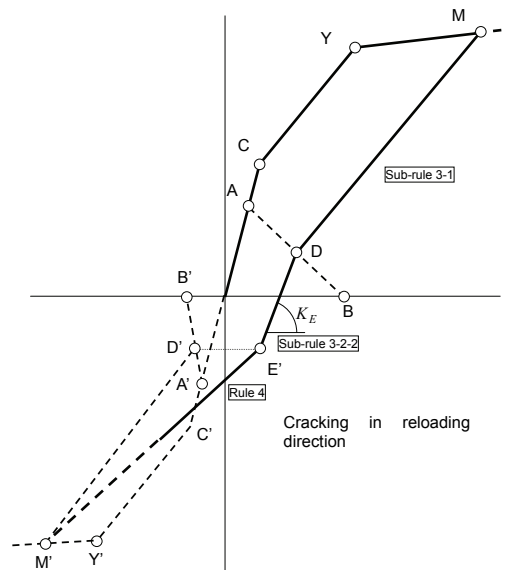


図 5.22：履歴則(3.2.2)

$$K'_1 = K_1 \left(\frac{\theta'_m}{\theta'_y} \right)^{-\gamma}$$

$$K_B = \frac{M'_y - M'_c}{\theta'_y - \theta'_c} \left(\frac{\theta'_m}{\theta'_y} \right)^{-\gamma}$$

$$K_E = \lambda' K'_1 + (1 - \lambda') K_B$$

点 E' は除荷線上で、点 D' のモーメント M'_D と等しくなる点である。点 D' とそのモーメント M'_D は、復元力曲線状の最大応答点 M' から履歴則(2.1)あるいは(3.1)によって定義されている。

応答点が、元の方に再載荷して、点 D に達すると履歴則(3.1)に従う。

応答点が荷重の符号が変わり、点 E' に到達すると履歴則(4)に従う。

履歴則(4) : 応答点が再載荷方向の最大応答点 $M'(\theta'_m, M'_m)$ に向けて線分 E'M' 上を移動する。点 E' は履歴則(2.2)あるいは(3.2)で定義されている。

応答点が再載荷方向の最大応答点 M' に到達すると、その方向で降伏が生じていない場合には履歴則(2)、降伏が生じている場合には履歴則(3)に従う。

もしも、最大応答点 M' に達する前に点 N' から除荷が始まると、応答点は履歴則(4.1)に従う。

履歴則(4.1) : 応答点は除荷開始点 N から除荷剛性 K'_D で線分 N'F' 上を移動する。点 F' は除荷線上で、点 D' のモーメントと等しくなる点である。除荷剛性 K'_D 、点 D' とそのモーメント M'_D は、復元力線上の最大応答点 $M'(\theta'_m, M'_m)$ から除荷する履歴則(2.1)あるいは(3.1)で定めている。

応答点が N' に達すると、応答は履歴則(4)に従う。

応答点が除荷により点 N' に到達すると、応答は履歴則(4.2)に従う。

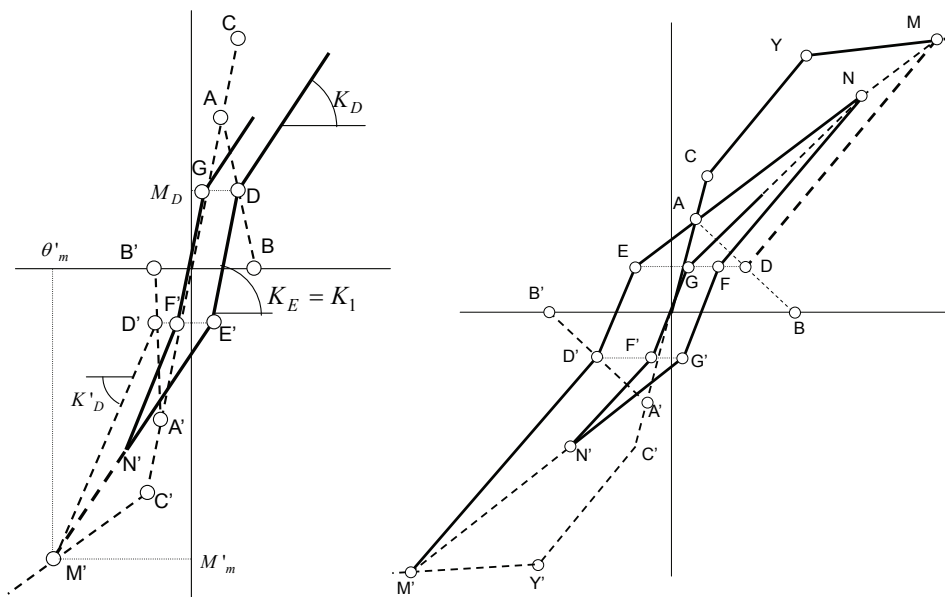


図 5.23 : 履歴則(4.1)

履歴則(4.2)：応答点は除荷剛性（再載荷剛性）で K'_E 線分 F'G 上を移動する。点 F' は履歴則(4.1)で定義している。点 G は、除荷線上で点 D のモーメントと等しくなるように定める。除荷剛性 K'_E は、除荷側の最大応答点の状態によって定まる。

(a) 除荷が始まった側で降伏が生じていなければ、除荷剛性 K'_E は初期弾性剛性 K_1 に等しくする。

(b) 除荷が始まった側で降伏が生じていれば、除荷剛性は以下による；

$$K'_1 = K_1 \left(\frac{\theta_m}{\theta_y} \right)^{-\gamma}$$

$$K_B = \frac{M'_y - M_c}{\theta'_y - \theta_c} \left(\frac{\theta'_m}{\theta'_y} \right)^{-\gamma}$$

$$K'_E = \lambda' K'_1 + (1 - \lambda') K_B$$

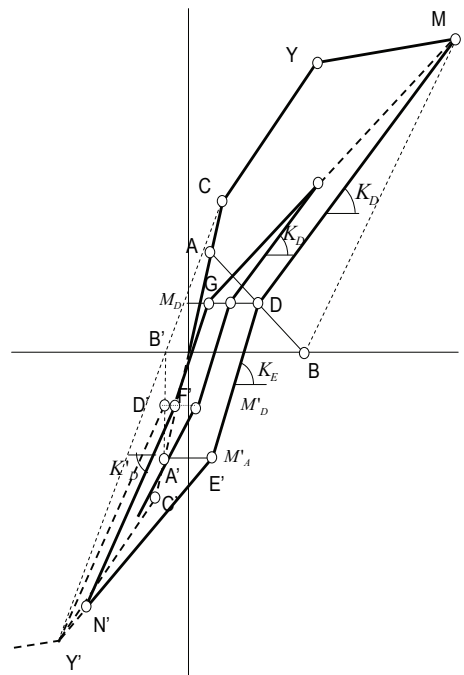


図 5.24：履歴則(4.2)

応答点が点 G に達すると、応答は履歴則(4)に従う。

応答が除荷により点 F' に達すると、応答は履歴則(4.1)により点 N' に向かう。

以上、少し詳細に紹介した。

参考文献

林 三雄、岡本 伸、小谷俊介、加藤博人、傳 金華：PC 部材の履歴特性と PC 造建物の地震応答性状、プレストレスト・コンクリート、Vol. 37、No. 4、1995 年 7 月、pp. 57-67。

菅野俊介：鉄筋コンクリート部材の復元力特性に関する研究、東京大学学位論文、1970 年 12 月。

Takeda, T., M. A. Sozen and N. N. Nielsen, "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes," Journal, Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST12, 1970, pp. 2557-2573.

(7) まとめ

ここでは、曲げ挙動が卓越する鉄筋コンクリート造部材が繰り返し加力を受けた場合の荷重-変形関係を表す履歴モデルを紹介した。このノートの中に書いたように、滑り挙動あるいは耐力低下を生じさせるせん断破壊あるいは付着滑りなどは挙動は、設計の段階で起こらないようにしているので、これらの挙動を表す履歴モデルを紹介する必要はないであろう。もしも、このような挙動を示す履歴モデルに関心がある人は、以下の参考文献を参照されたい。

なお、実験で観察される部材の挙動を、実験担当者がモデル化することが可能であり、実際には数多くの履歴モデルが提案されている。

参考文献

松島 豊：構造物の復元力特性に関する考察—十勝沖地震による被害から、日本建築学会大会学術講演梗概集、1969年8月、pp. 587-588。

Takayanagi, T., and W. C. Schnobrich, "Computed Behavior of Reinforced concrete Coupled Shear Walls," Structural Research Series No. 434, Civil Engineering Studies, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1976.

Banon, H., J. M. Biggs and H. Max Irvine, "Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST9, September 1981, pp. 1713-1729.

Kabeyasawa, T., H. Shiohara, S. Otani and H. Aoyama, "Analysis of the Full-scale Seven-story Reinforced Concrete Test Structure," Journal of the Faculty of Engineering, the University of Tokyo, (B), Vol. XXXVII, No. 2, 1983, pp. 431-478.

Kato, D., S. Otani, H. Katsumata and H. Aoyama, "Effect of Wall Base Rotation Behavior of Reinforced Concrete Frame-Wall Building," Proceedings, Third South Pacific Regional Conference on Earthquake Engineering, Victoria University of Wellington, New Zealand, May 1983.

Costa, A. C., and A. G. Costa, "Hysteretic Model of Force-Displacement Relationships for Seismic Analysis of Structures," National Laboratory for Civil Engineering, Lisbon, 1987.

Chung, Y. S., et al., "Seismic Damage Assessment of Reinforced Concrete Members," National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York, Buffalo, Technical Report NCEER-87-0022, 1987.

Park, Y. J., et al., "IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame-Shear Wall Structures," National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Technical Report NCEER-87-0008, 1987.

Roufaiel, M. S. L., and C. Meyer, "Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of R/C Frames," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 113, No. 3, March 1987, pp. 429-444.