

2011年6月9日
(独) 建築研究所
中国耐震構造研修

鉄筋コンクリート造骨組の非線形解析

曲げ挙動するRC骨組の解析

せん断破壊、付着割裂破壊、定着破壊等の
脆性破壊は設計段階で除外

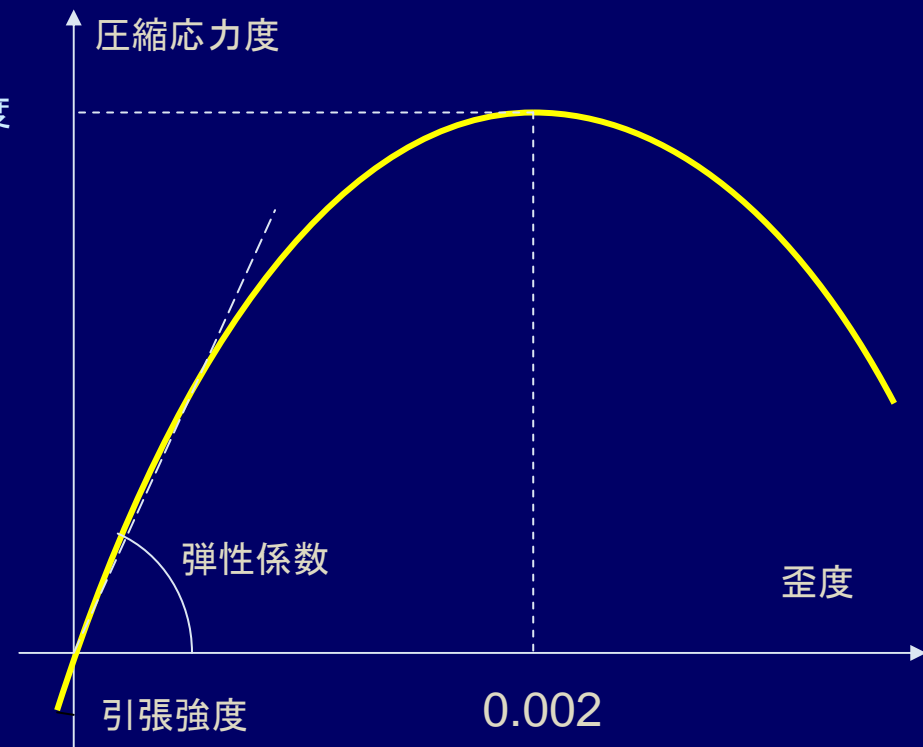
東京大学名誉教授
小谷俊介

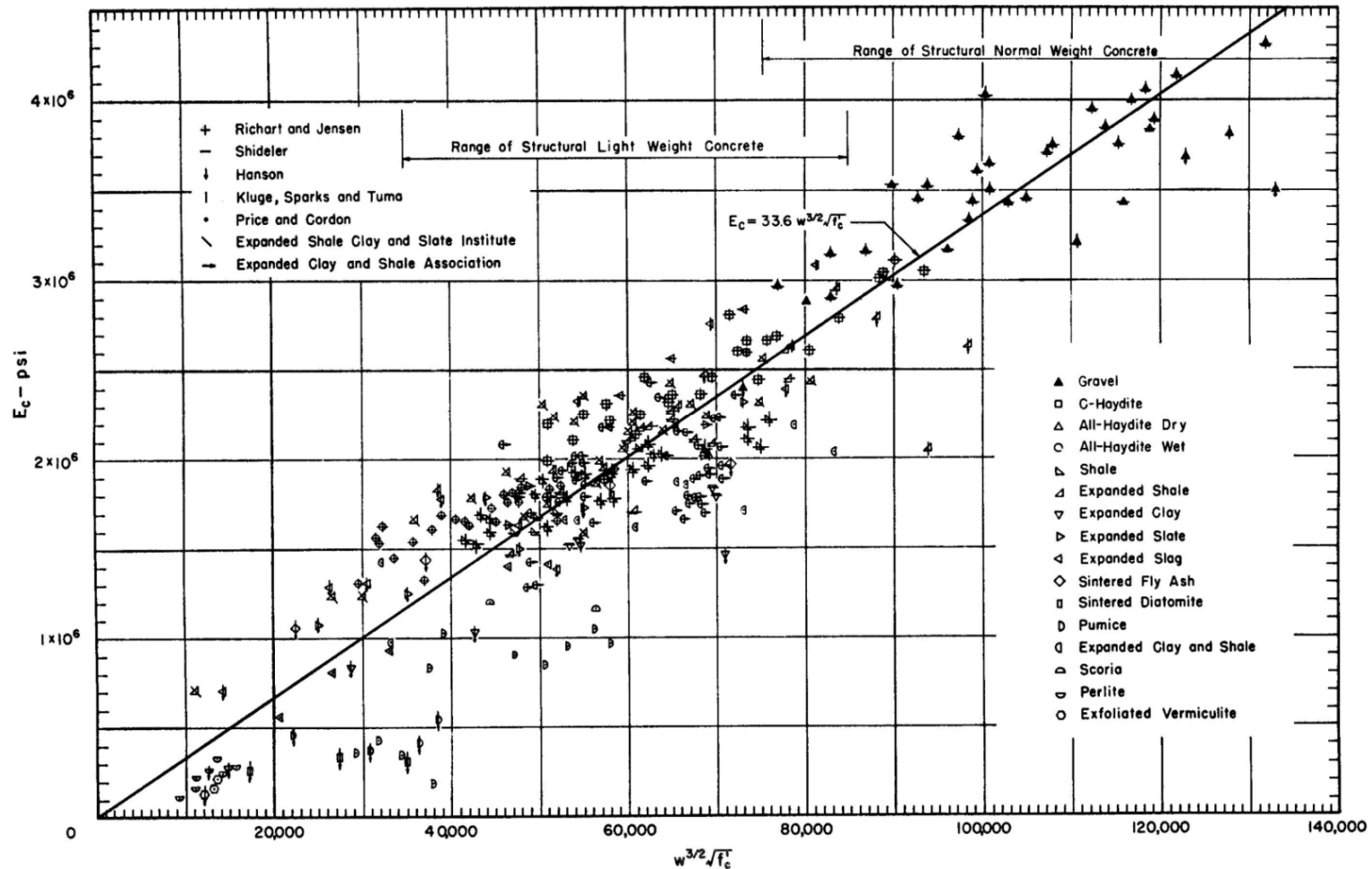
コンクリートの応力度-歪度関係

影響因子

- (1) コンクリートの調合
- (2) 試験時の材令、
- (3) 供試体の養生方法、
- (4) 供試体の形状と大きさ、
- (5) 载荷速度

圧縮強度 20-60 MPa
弾性係数(割線剛性)
線形の範囲
圧縮強度時の歪度
引張強度

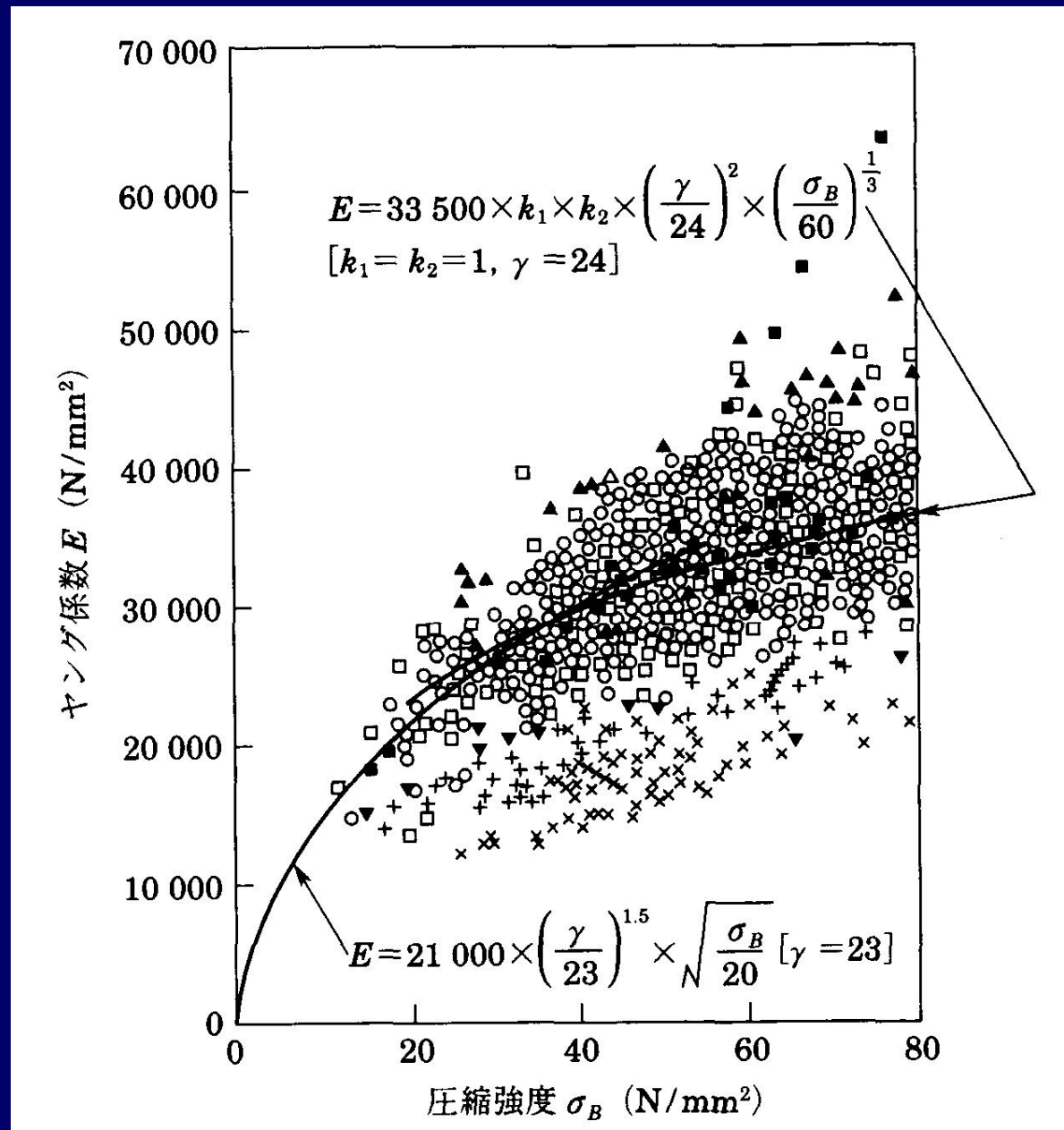




$$E_c = 1.35 \gamma^{1.5} \sigma_B^{1/2}$$

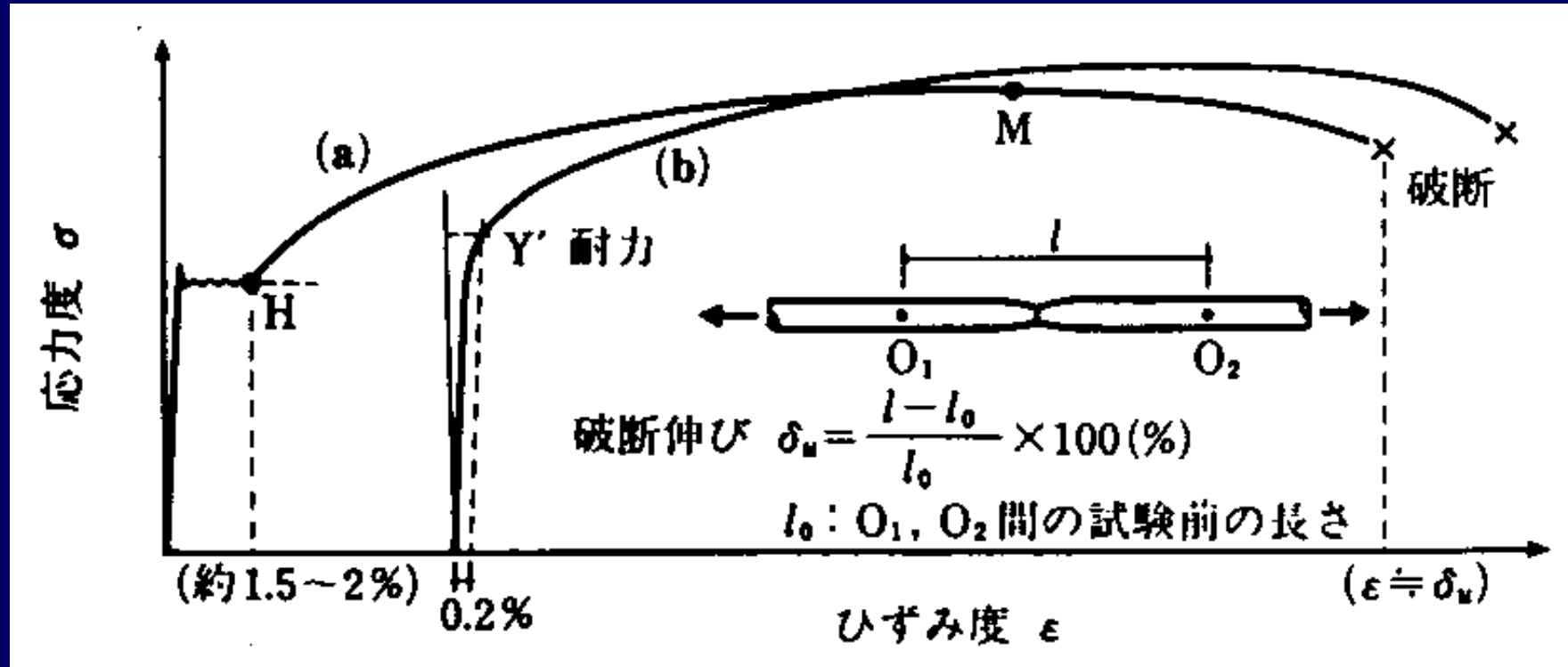
Pauw, A., "Static Modulus of Elasticity of Concrete as Affected by Density," Journal, American Concrete Institute, No. 57, No. 6, December 1960, pp. 679-687.

建設省：建設省総合技術
開発プロジェクト「鉄筋
コンクリート造建築物の
超軽量・超高層化技術の
開発」報告書、1993年10
月。



コンクリートの弾性係数 (New RC報告書)

鉄筋の材料特性



降伏点の定義

降伏点 295 – 490 MPa

高強度せん断補強筋

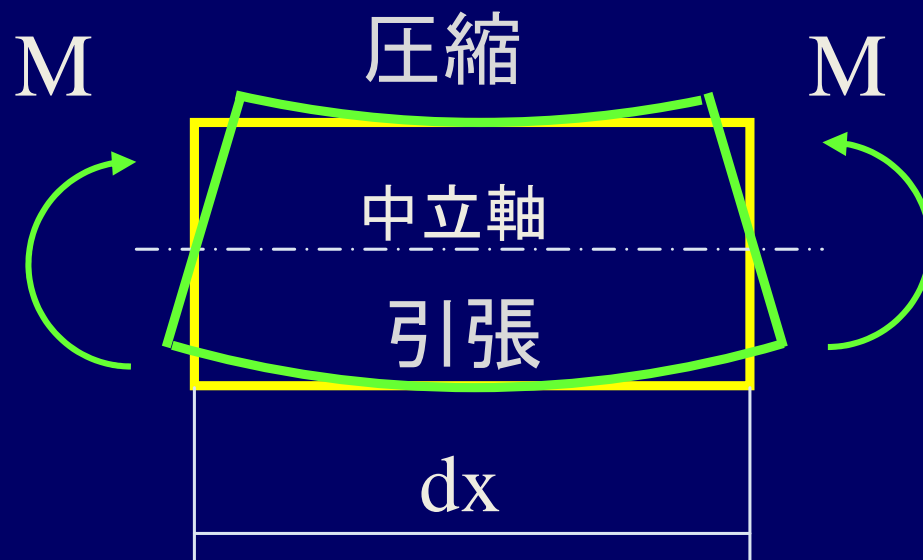
降伏点には歪速度の影響が大きい

コンクリートの応力度-歪度関係との比較

鉄筋コンクリート断面の曲げ解析

平面保持の仮定

変形前に平面であった断面は変形後も平面を維持する



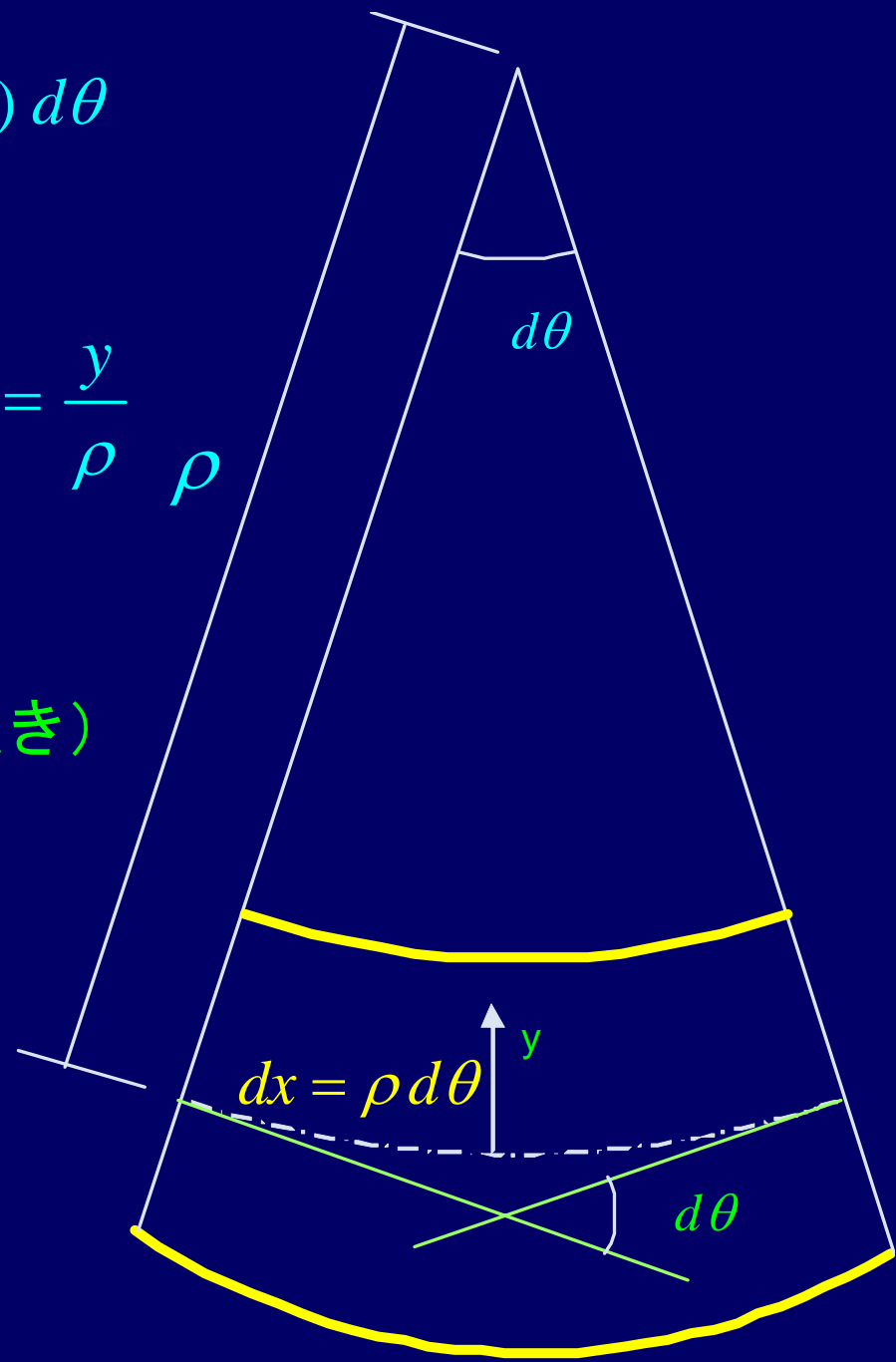
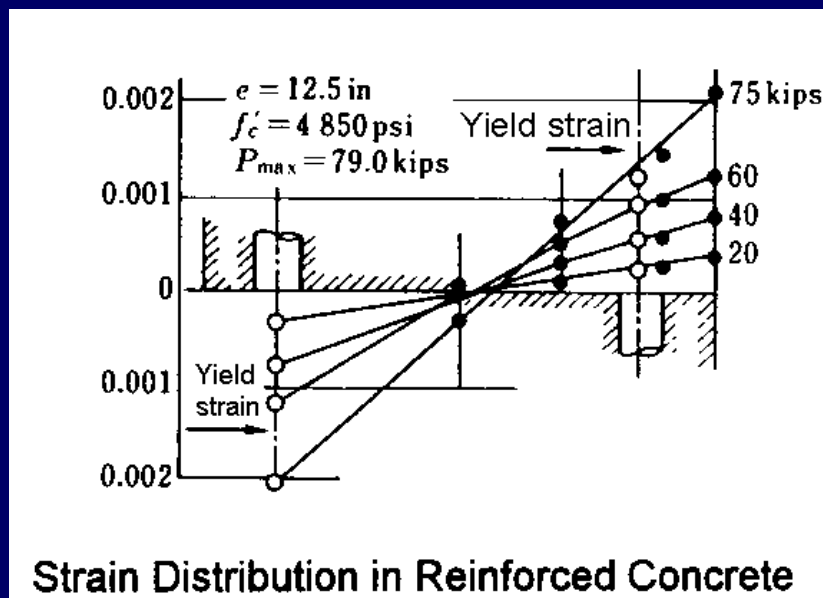
中立軸：伸びも縮みもしない面

線分の伸び $\Delta_y = \rho d\theta - (\rho - y) d\theta$
 $= y d\theta$

線分の歪度 $\epsilon_y = \frac{\Delta_y}{dx} = \frac{y d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \phi$
 $= y \phi$

ρ : 曲率半径

ϕ : 曲率 (断面の歪度分布の傾き)

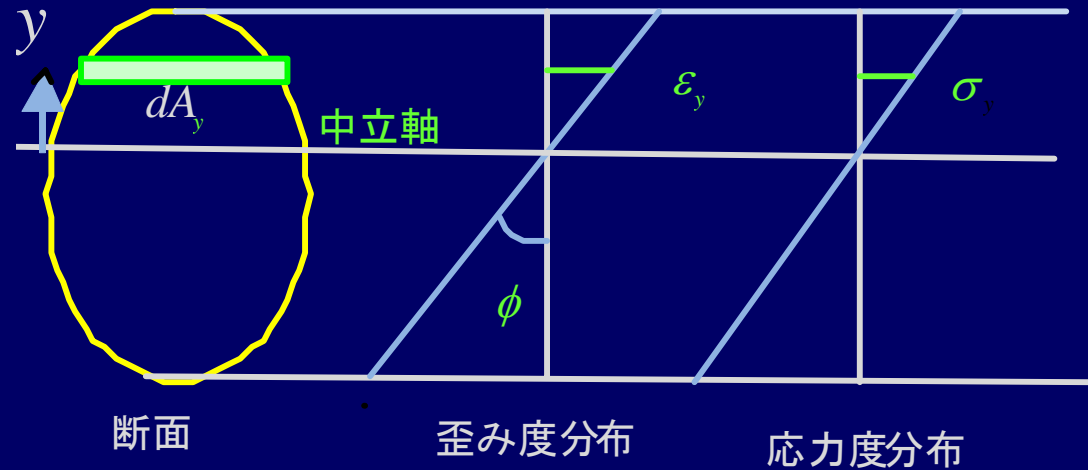


断面に作用する軸力

$$N = \int_{\text{全断面積}} \sigma_y dA_y$$

曲げモーメント

$$M = \int_{\text{全断面}} \sigma_y y dA$$



中立軸の位置 (線形弾性)

$$N = \int_{\text{全断面積}} E \varepsilon_y dA_y = E \phi \int_{\text{全断面積}} y dA_y = 0.0$$

断面重心

断面 2 次モーメント

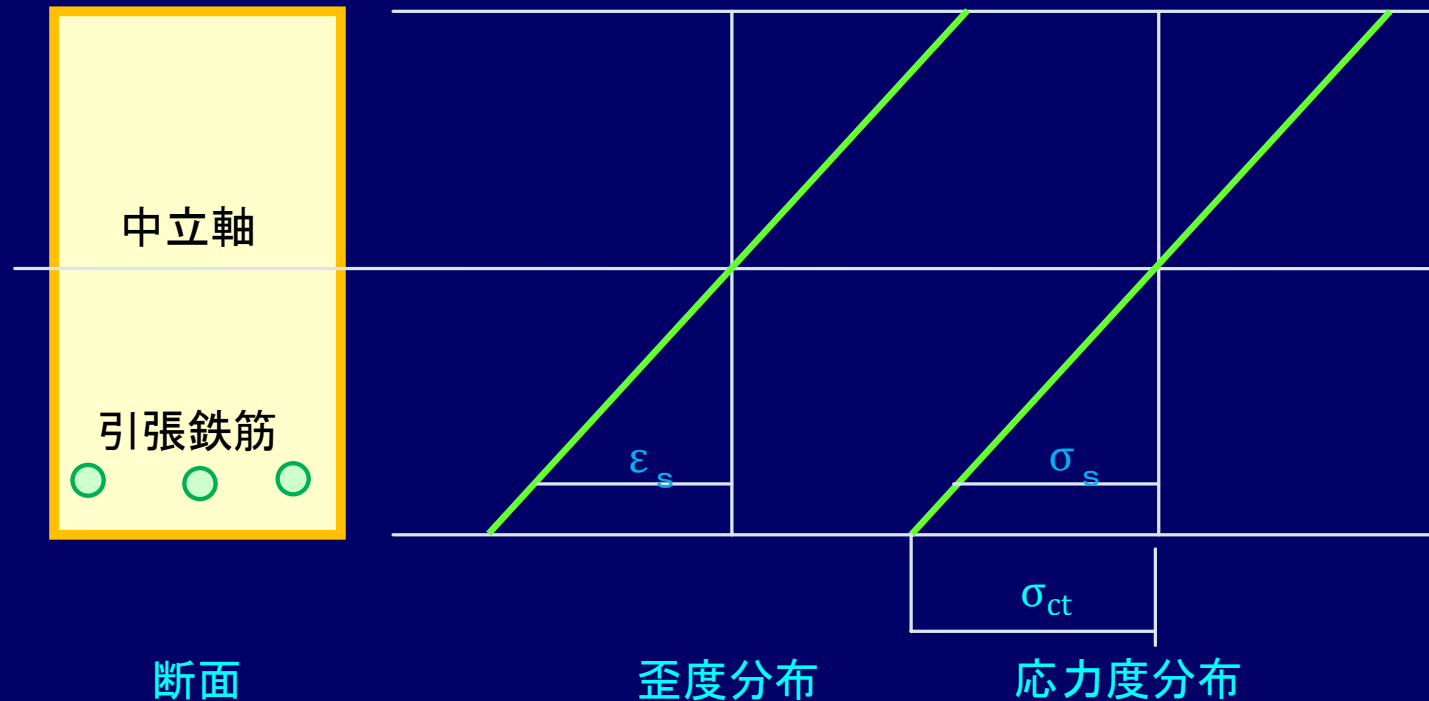
$$M = \int_{\text{全断面}} E y^2 \phi dA_y = E I \phi$$

$$I = \int_{\text{全断面}} y^2 dA_y$$

断面2次モーメント

鉄筋コンクリート断面の挙動

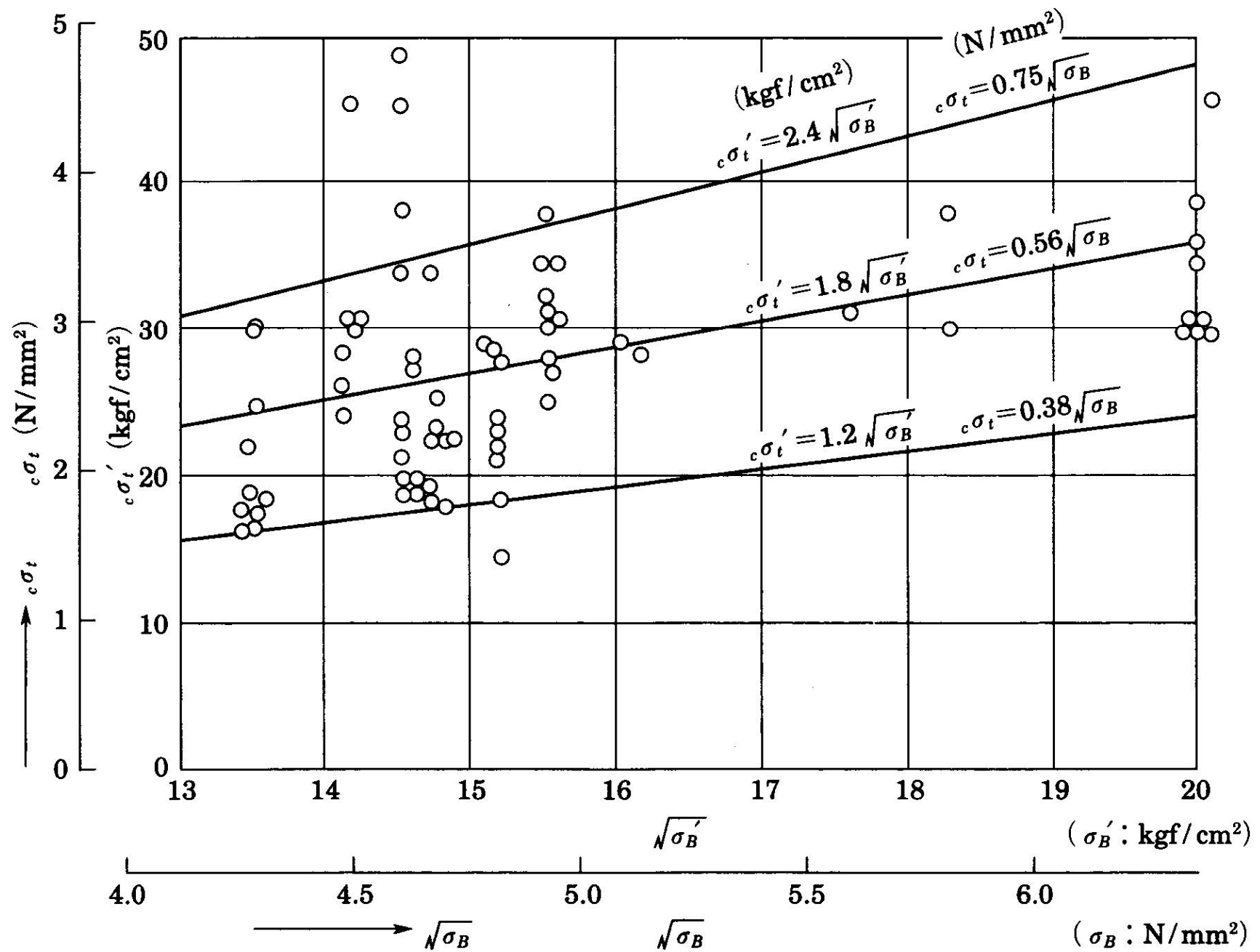
曲げひび割れモーメント



菅野の実験式

$$M_{cr} = 0.56 \sigma_B^{1/2} Z_e + ND/6$$

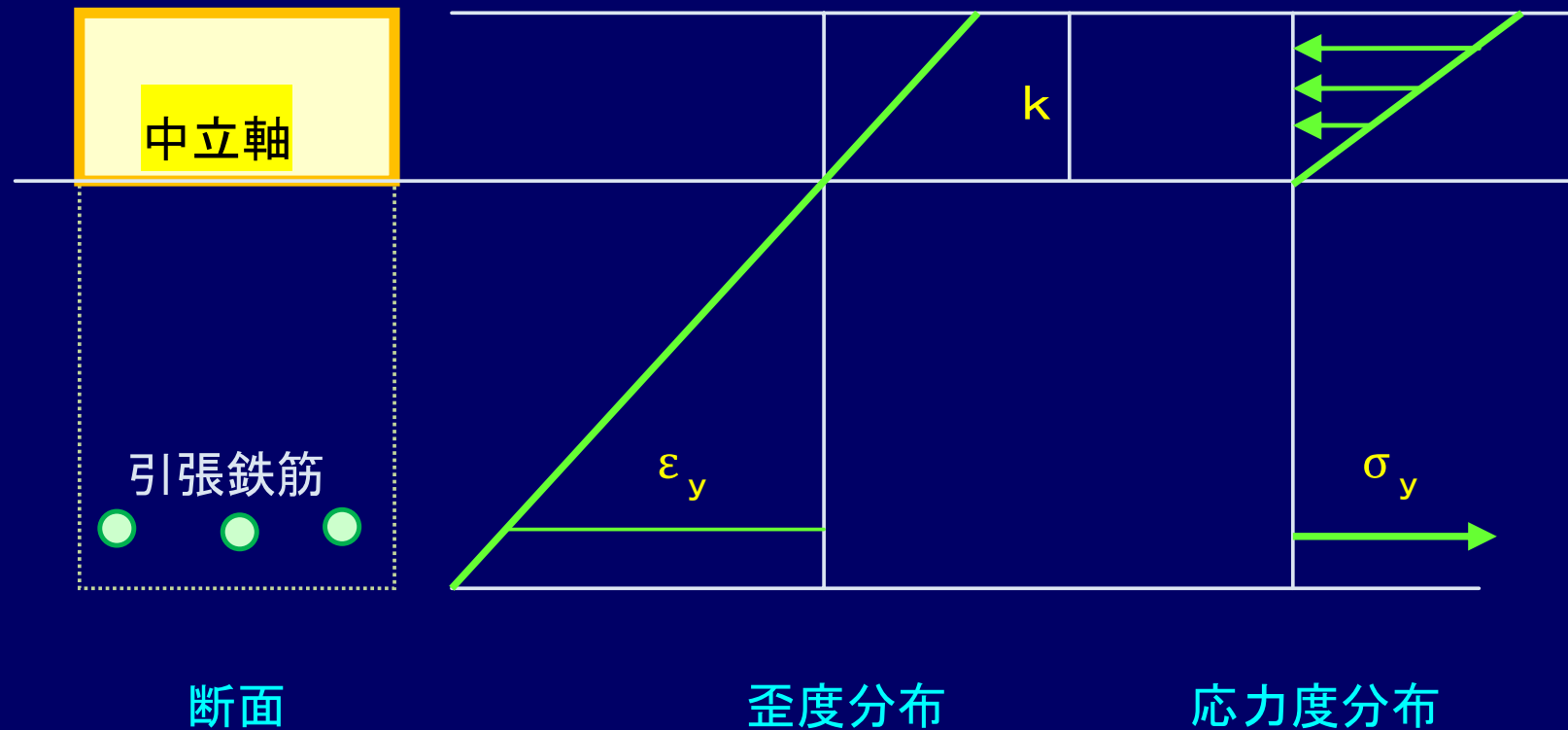
コンクリートの乾燥収縮
断面内の歪度勾配
コンクリートの引張強度の評価
実験時のひび割れ発見



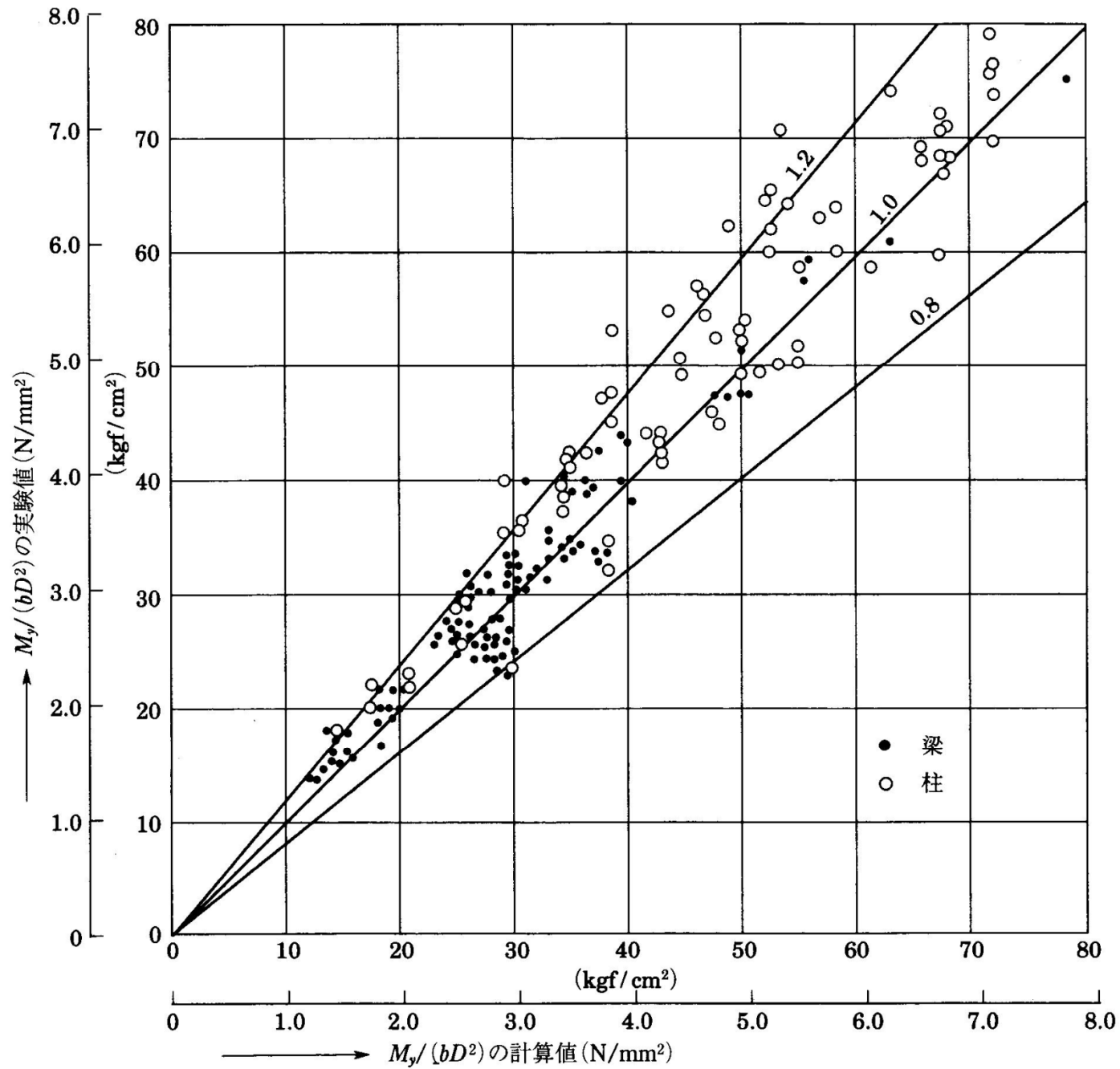
解説図 8.11 梁の曲げひび割れ時のコンクリート引張応力

鉄筋コンクリート断面の挙動

曲げ降伏モーメント（引張鉄筋が降伏）



$$M_y = a_t \sigma_y (0.875 d)$$



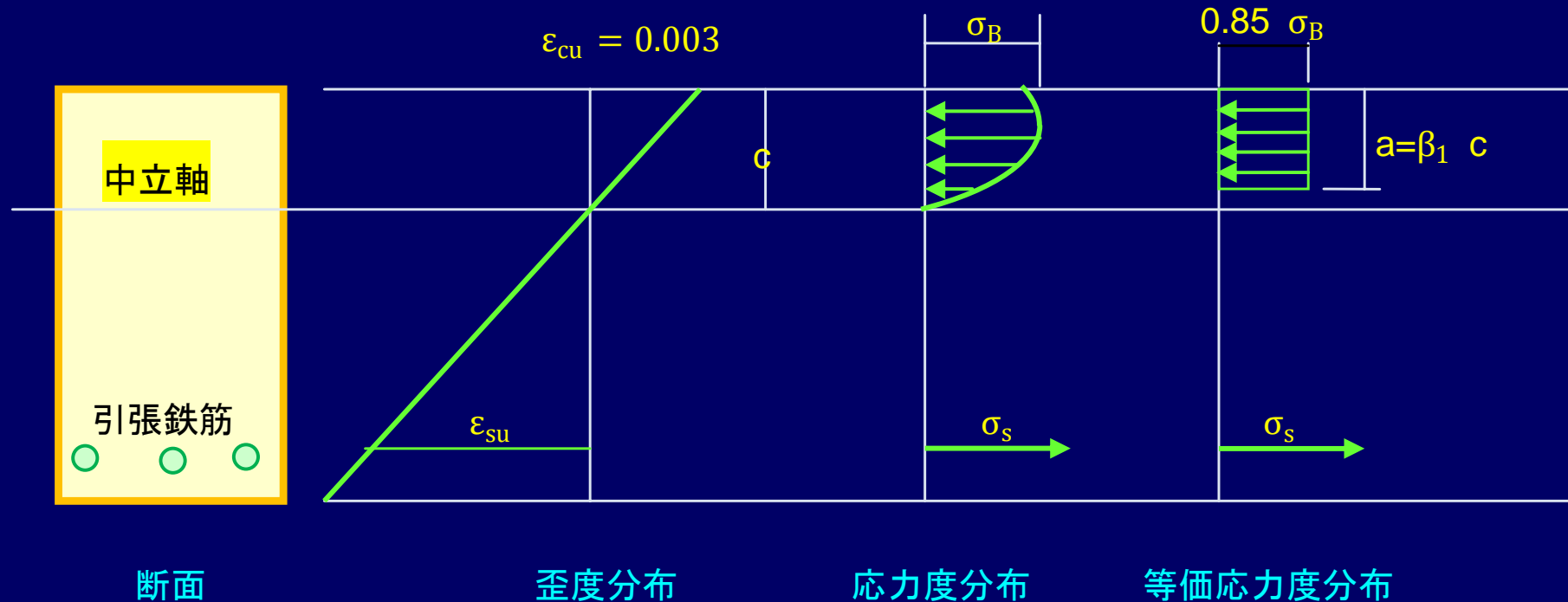
解説図 8.13 降伏曲げモーメントの計算値と実験値

鉄筋コンクリート断面の挙動

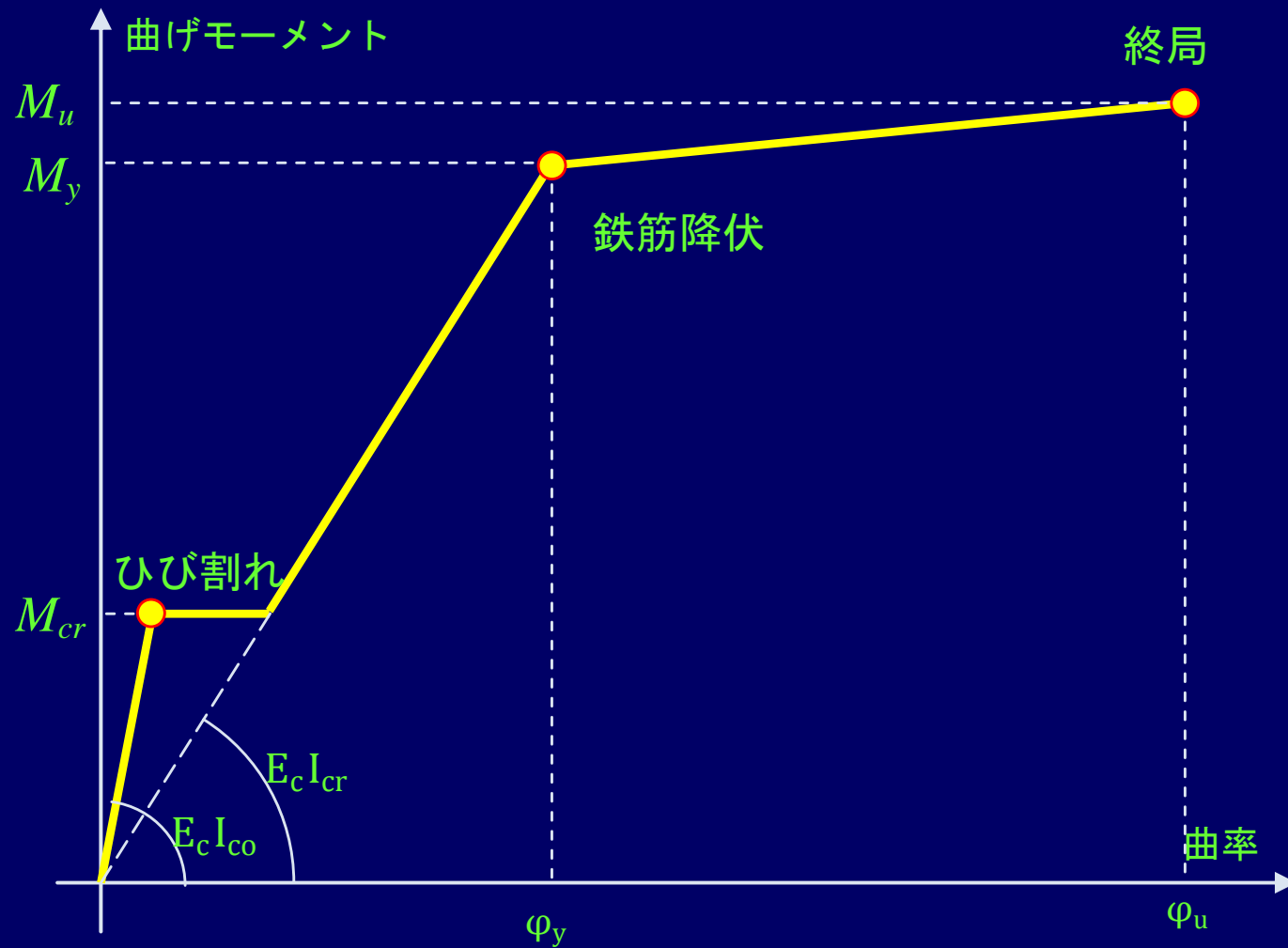
曲げ終局モーメント

圧縮コンクリートの終局歪度（拘束筋の効果）

ACIの等価長方形応力度ブロック



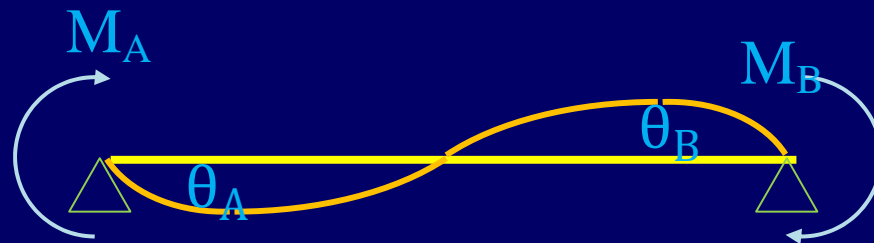
断面のモーメントと曲率関係



コンクリートの弾性剛性
終局時のコンクリートの歪度

鉄筋コンクリート部材の荷重と変形の計算

断面のモーメントと曲率の関係から
部材の変形を計算(単位荷重法)



存在モーメント M_0 と変形を求めたい方向に単位の荷重をかけたときのモーメント M_u の積を曲げ剛性 EI で除して構造物について積分する

$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \frac{M_0 M_u}{EI} ds$$

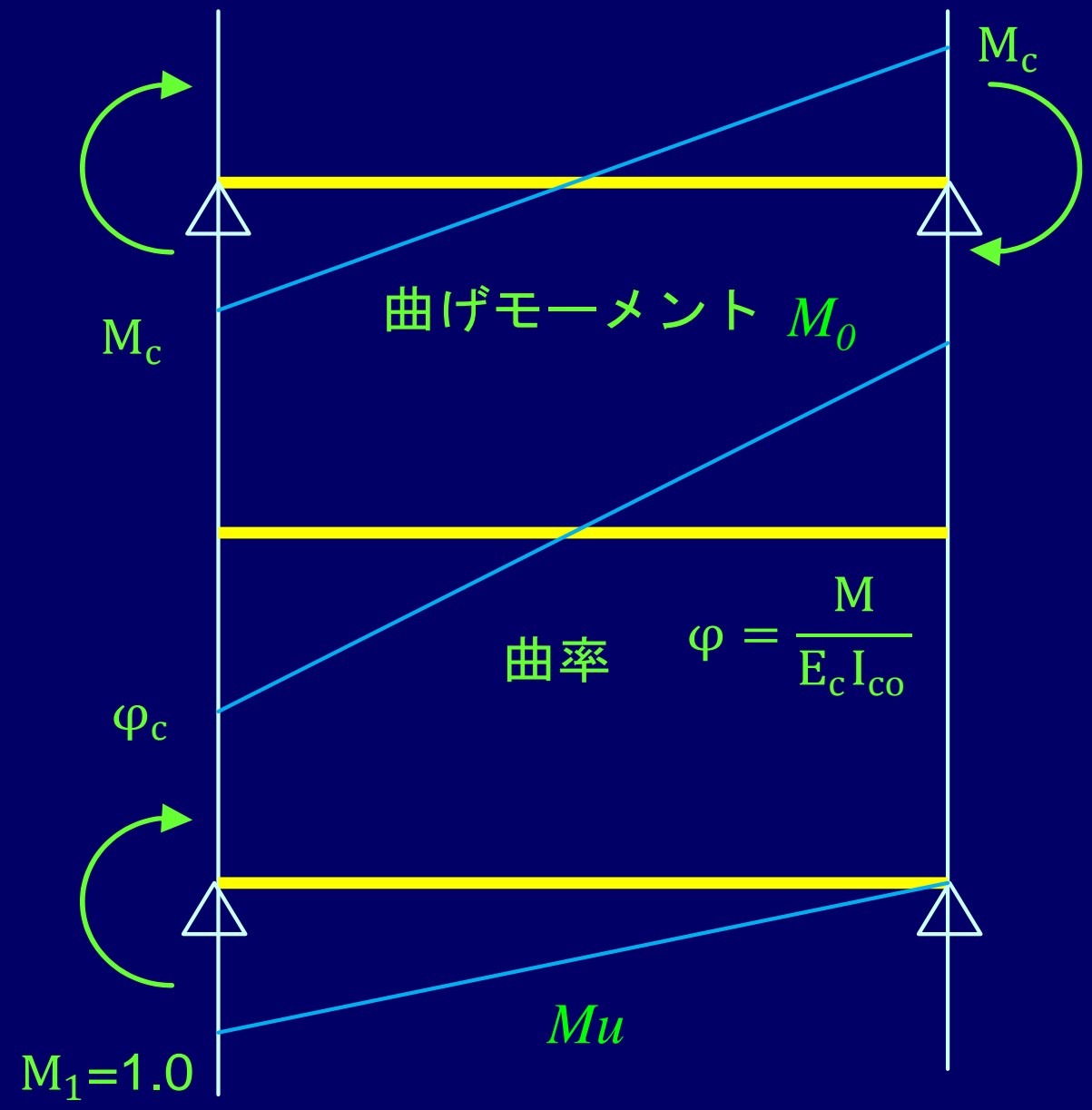
$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \phi_0 \cdot M_u ds$$

曲げひび割れの部材端回転角

単位荷重法
(仮想仕事の原理)

$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \frac{M_0 M_u}{EI} ds$$

$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \phi_0 \cdot M_u ds$$

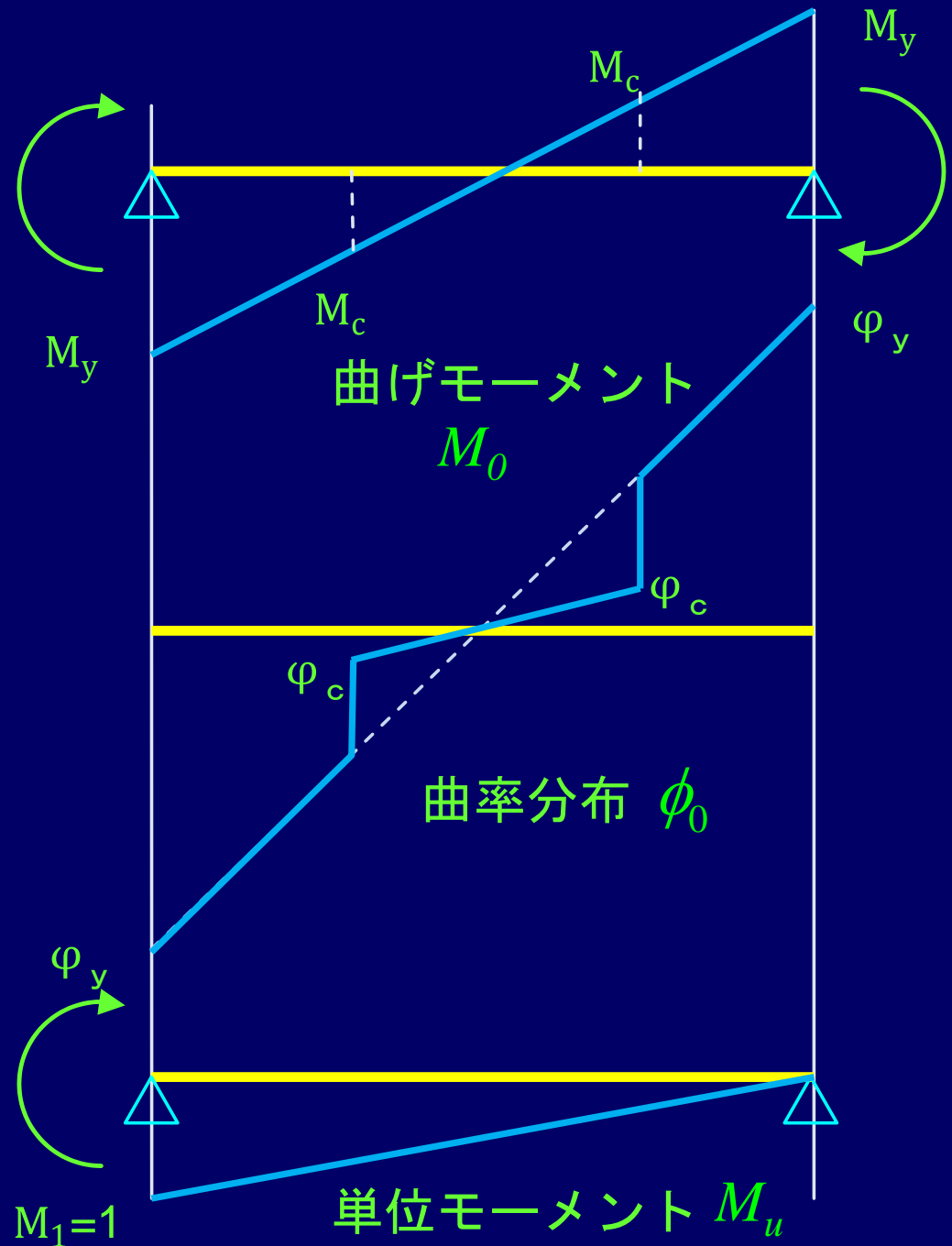


曲げ降伏部材端回転角

単位荷重法
(仮想仕事の原理)

$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \frac{M_0 M_u}{EI} ds$$

$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \phi_0 \cdot M_u ds$$



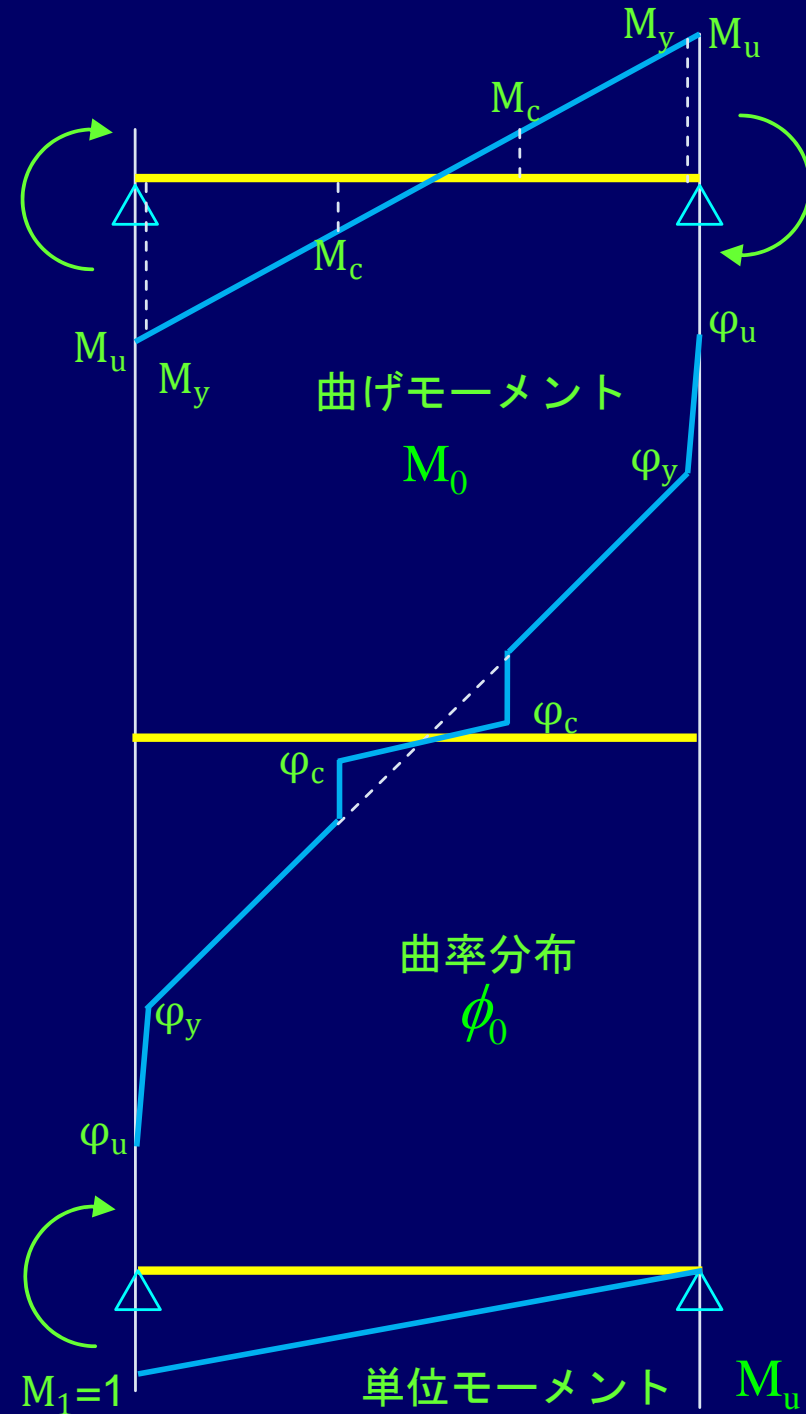
終局部材端回転角

単位荷重法

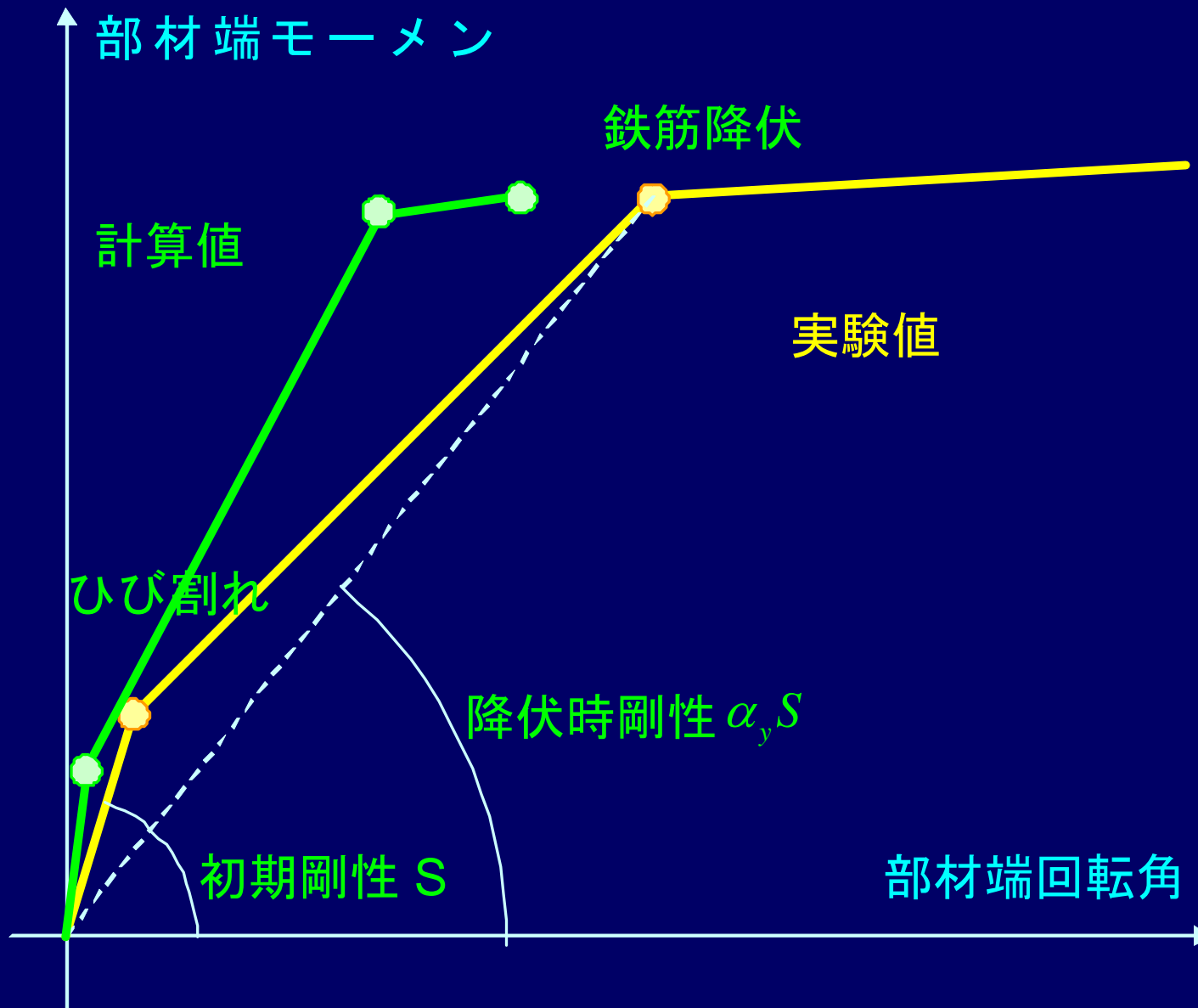
(仮想仕事の原理)

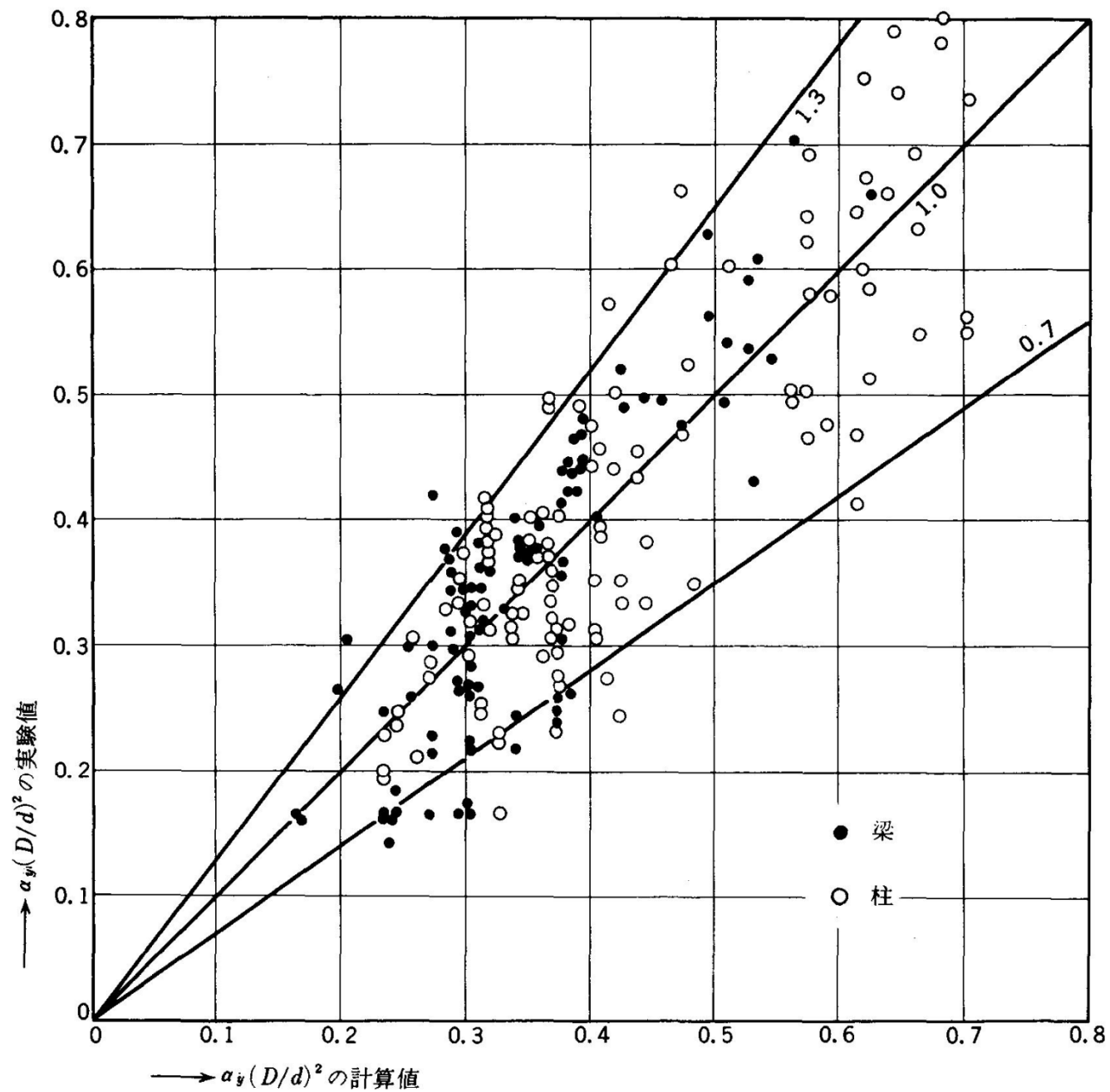
$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \frac{M_0 M_u}{EI} ds$$

$$\Delta = \int_{\text{構造物}} \phi_0 \cdot M_u ds$$



曲げ理論による計算値と実験値の比較

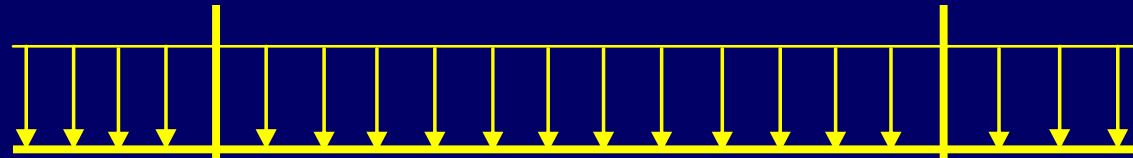




解説図 8.14 降伏時の剛性低下率 α_y

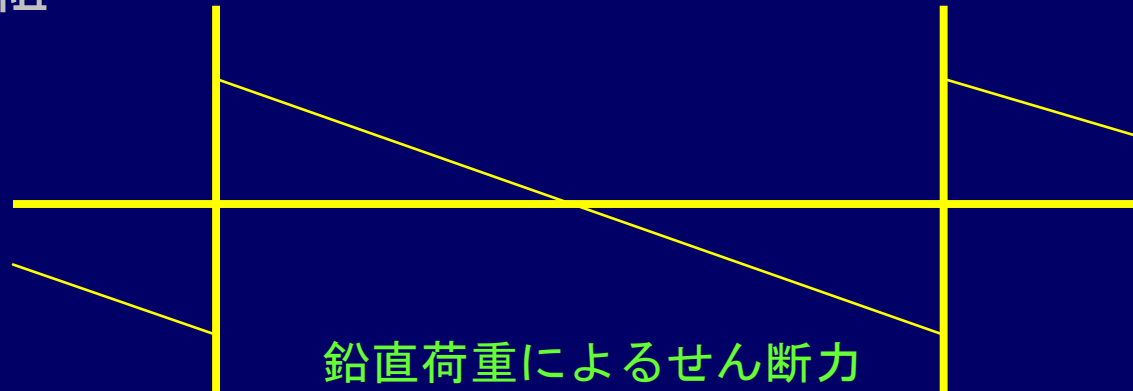
鉛直荷重と地震力を受ける部材の曲げ応力

鉛直荷重



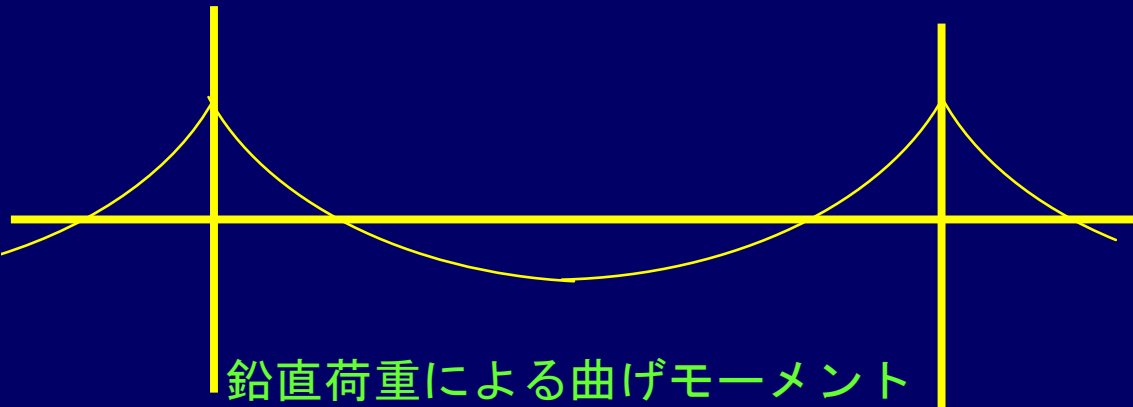
梁に作用する鉛直荷重

無限に連続する骨組



鉛直荷重によるせん断力

部材端モーメント
は拘束条件による
モーメント分布形
状は一定



鉛直荷重による曲げモーメント

地震力



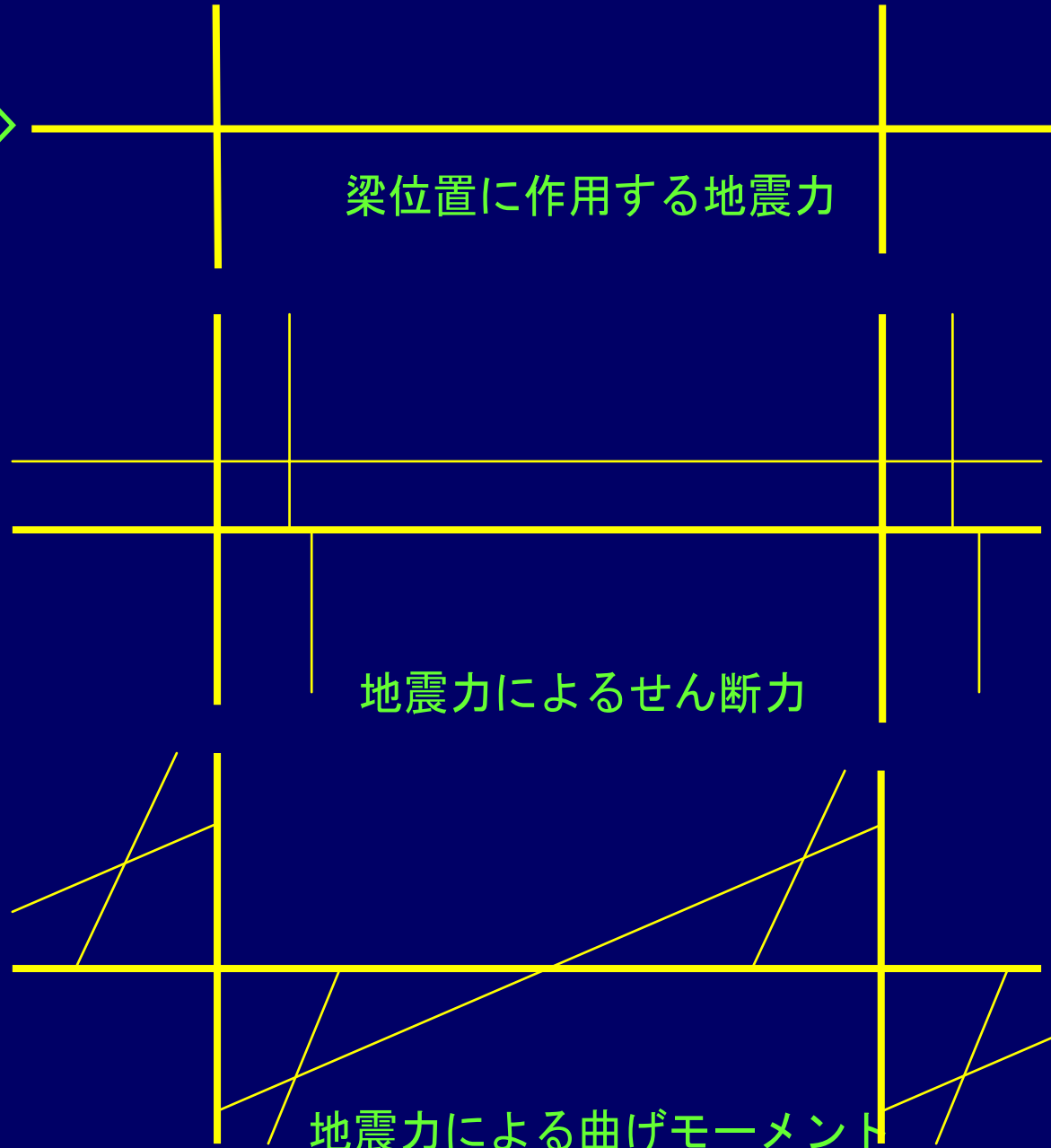
梁位置に作用する地震力

部材せん断力一定

地震力によるせん断力

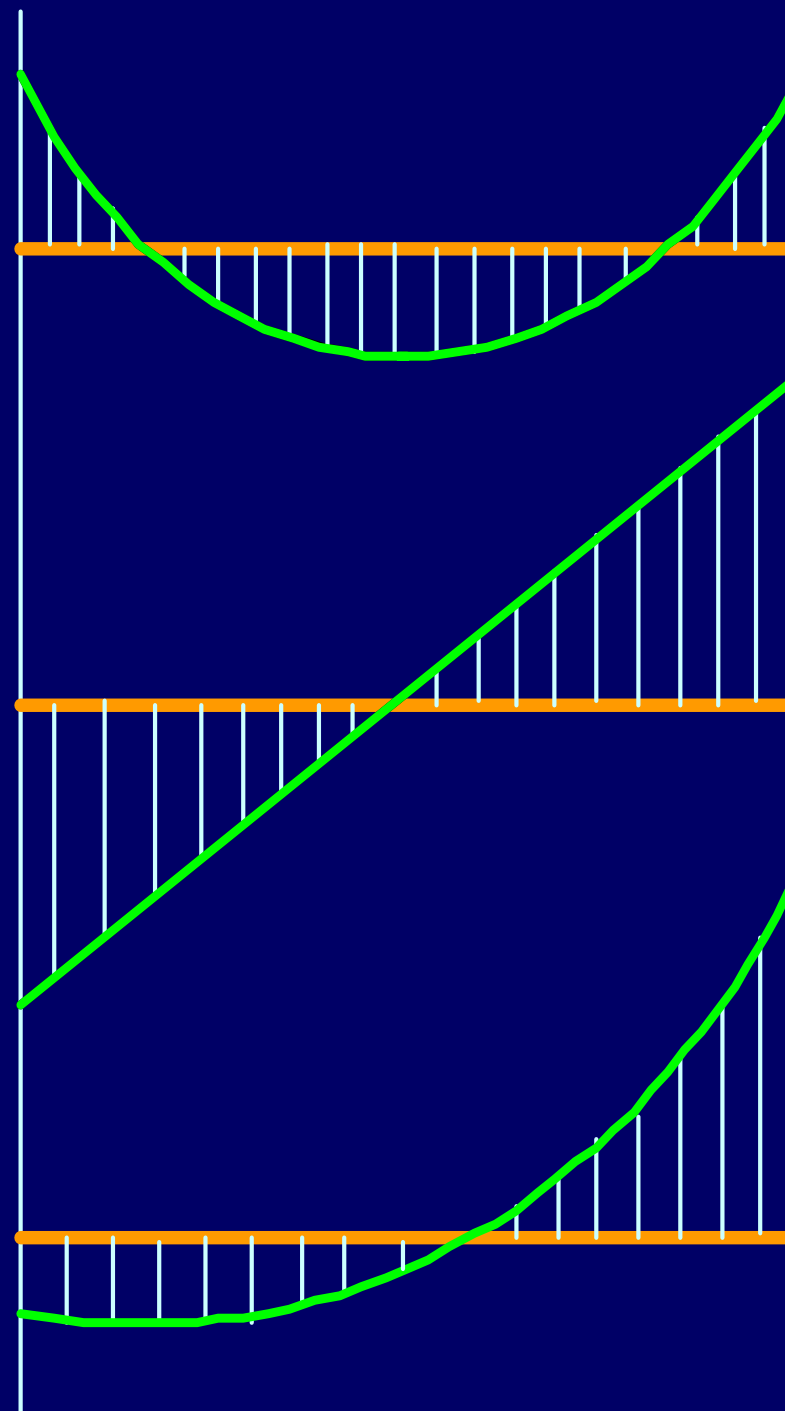
曲げモーメント

地震力による曲げモーメント



鉛直荷重と地震力 による応力

非線形地震応答
解析が必要な
のは高地震帯
である。



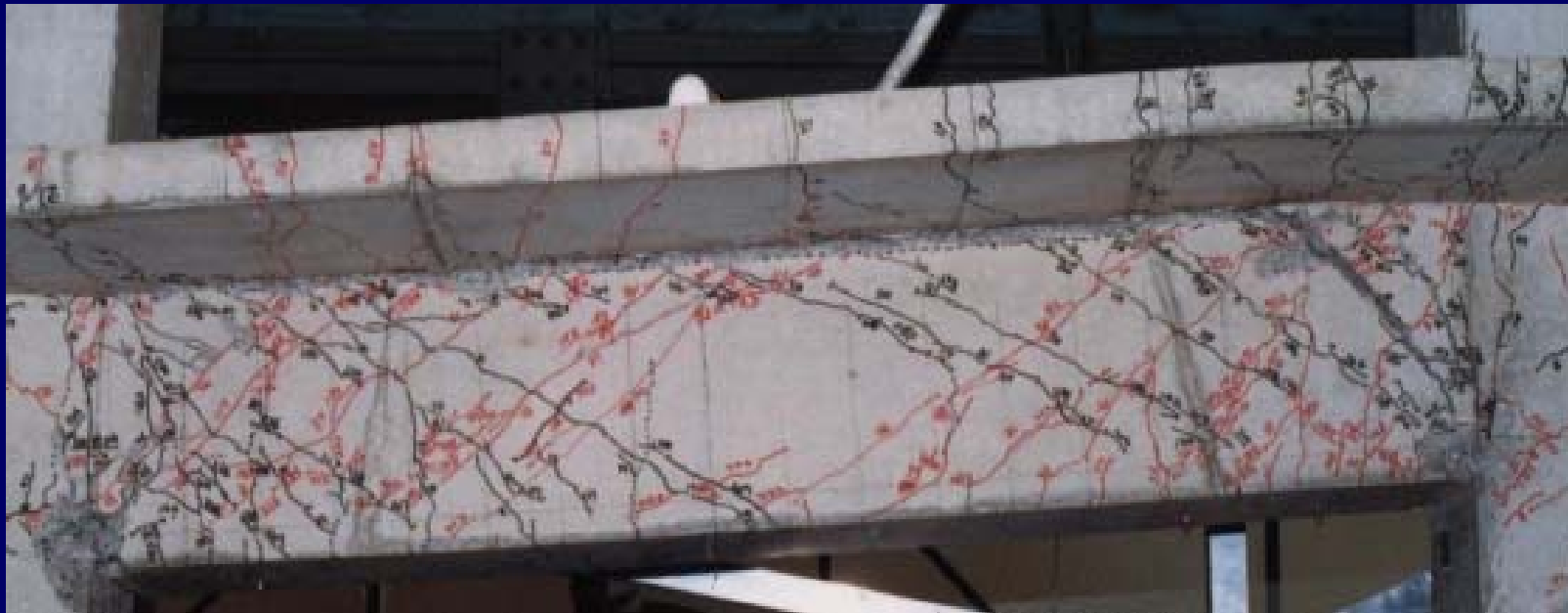
鉛直荷重による
曲げモーメント

地震力による曲
げモーメント

鉛直荷重と地震力
による曲げモーメ
ント

鉄筋コンクリートの非線形解析の特色

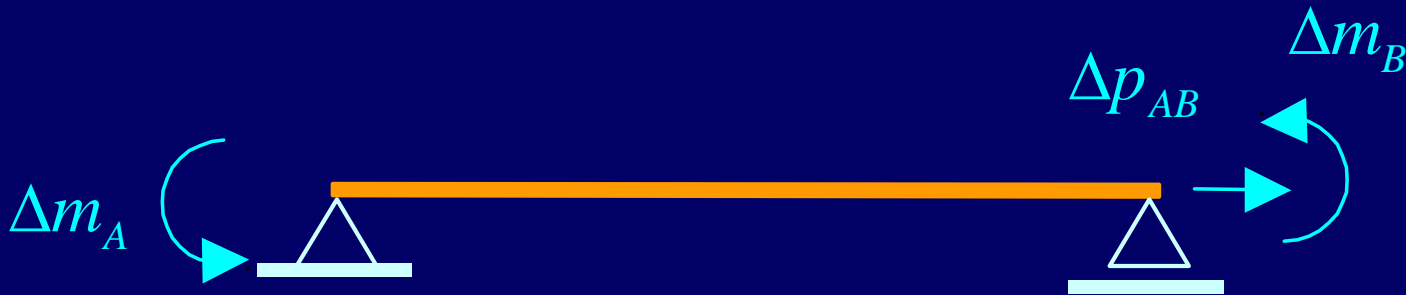
部材内の損傷分布



鉛直荷重と地震力による梁部材の応力
地震時応力を用いた実験による損傷分布
損傷は部材端部に集中しない

部材の剛性マトリクス

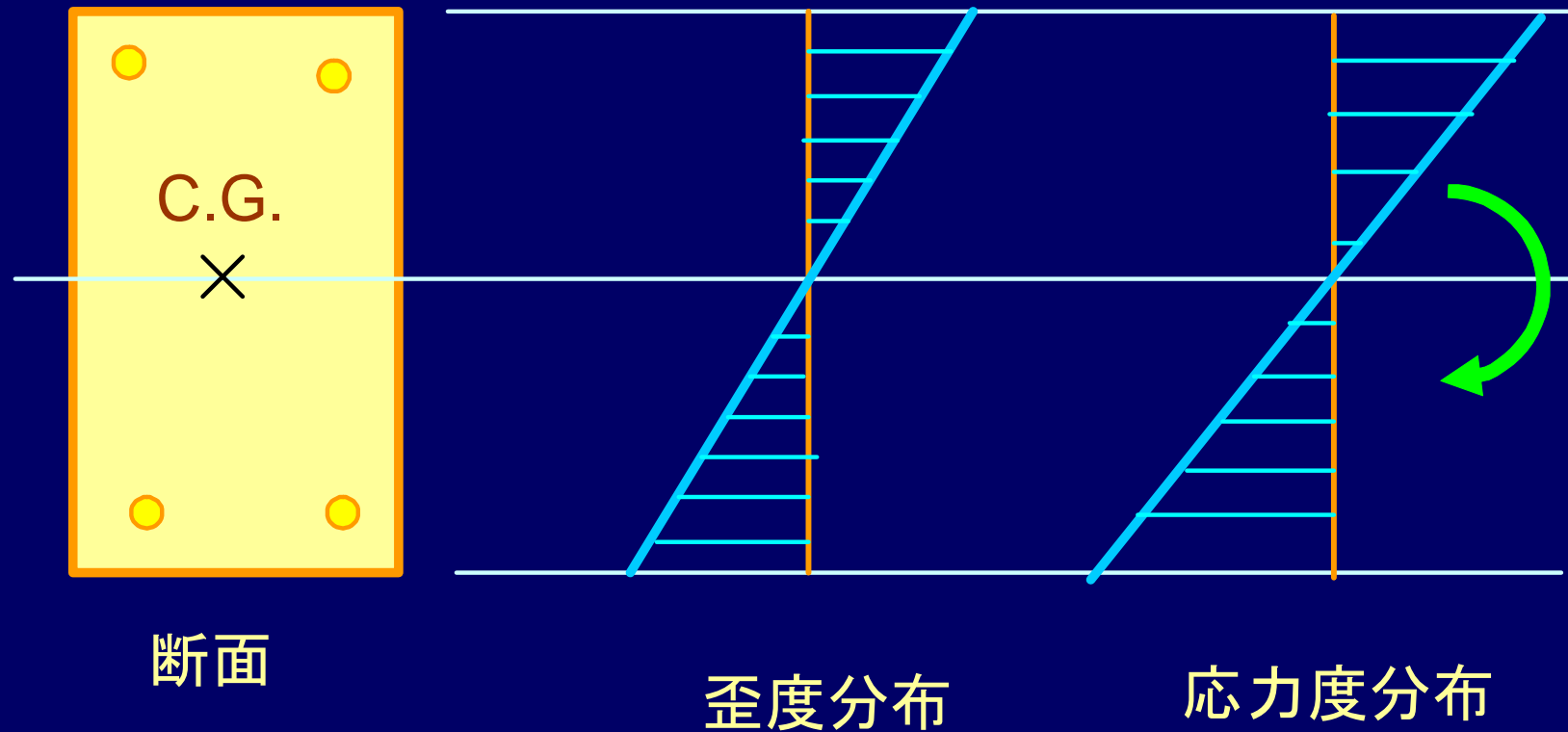
$$\begin{Bmatrix} \Delta p_{AB} \\ \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \Delta e_{AB} \\ \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{Bmatrix}_i$$



部材を断面の重心を通る1本の線材で表す

軸力と曲げモーメントの相互作用

部材断面重心: 弾性時の中立軸



線形弾性時には断面重心位置で軸方向変形がない



部材を断面重心を通る直線部材でモデル化

線形弾性部材の剛性マトリクス

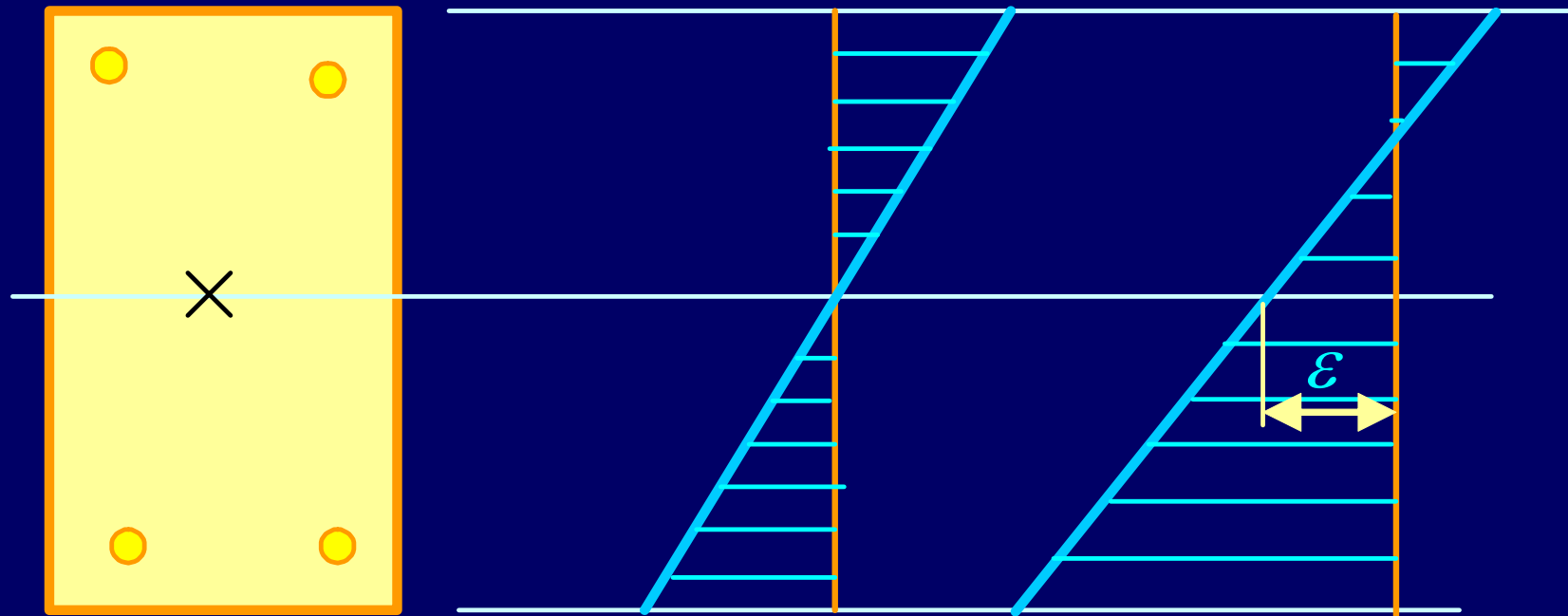
$$\begin{Bmatrix} p_{AB} \\ m_A \\ m_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}_{AB} \begin{Bmatrix} e_{AB} \\ \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix}$$

軸方向変形と部材端モーメントは独立である



軸力と曲げの相互作用

曲げひび割れ後の中立軸の移動



断面

ひび割れ前の
歪度分布

曲げひび割れ後の
歪度分布

曲げモーメントにより軸方向変形が生じる

曲げひび割れ後は、中立軸でも軸方向変形が生じる

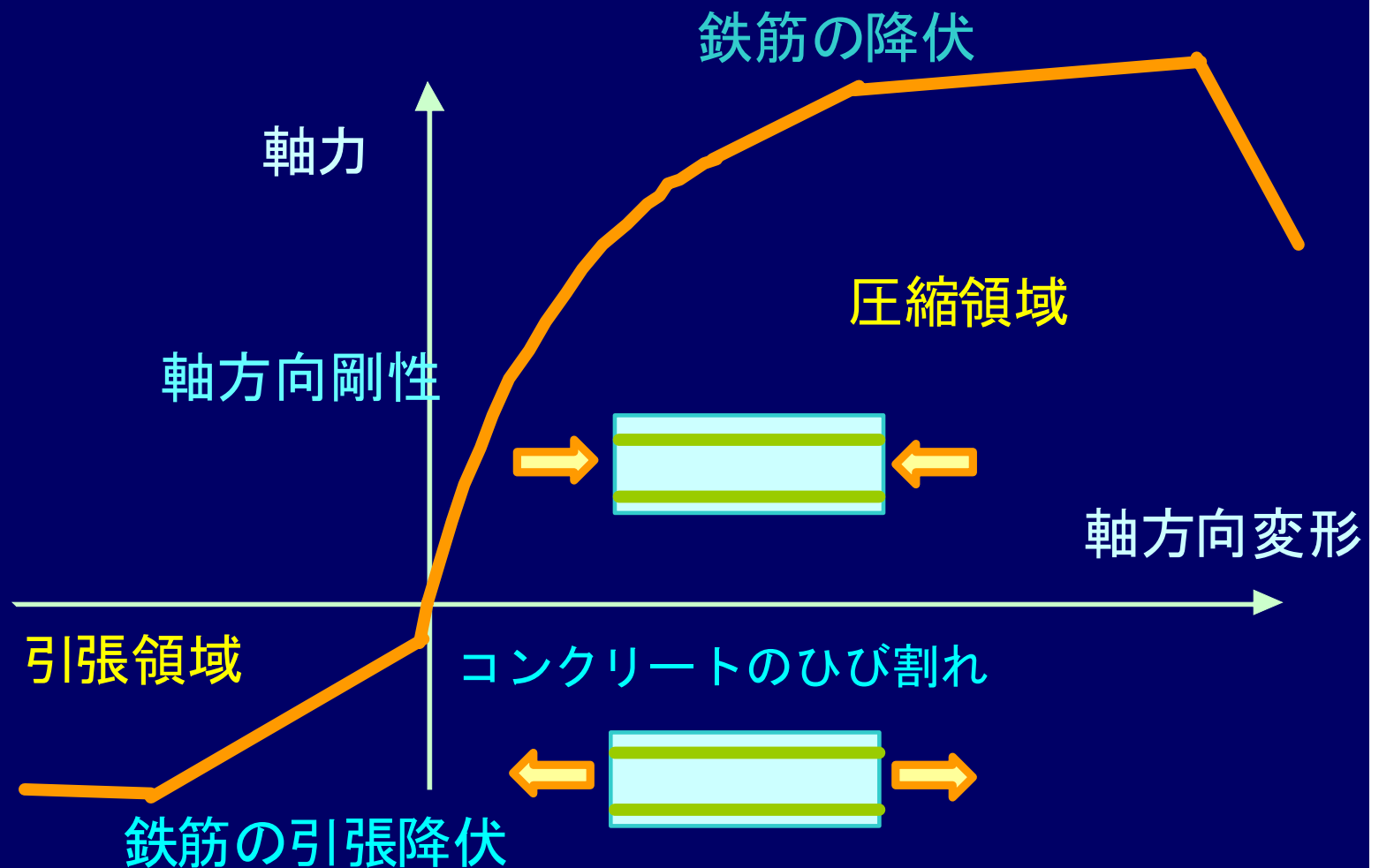
$$\begin{Bmatrix} \Delta p_{AB} \\ \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \Delta e_{AB} \\ \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{Bmatrix}_i$$



曲げモーメントによりひび割れが生じると、
軸方向変形が生じる。

簡単にするために軸力と曲げの相互作用無視

$$p_{AB} = p_{AB}(e_{AB})$$

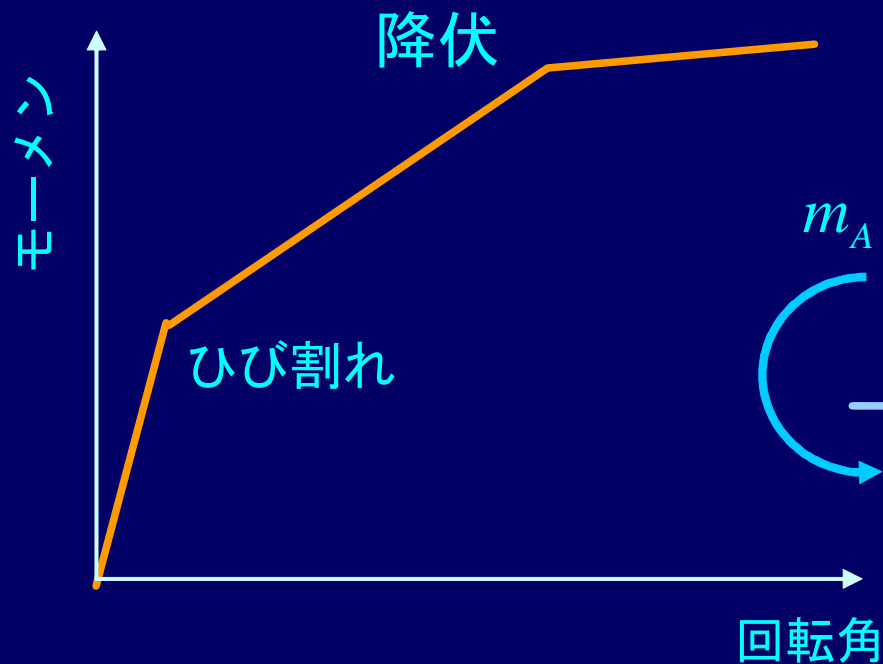


部材両端の曲げと回転角の相互作用

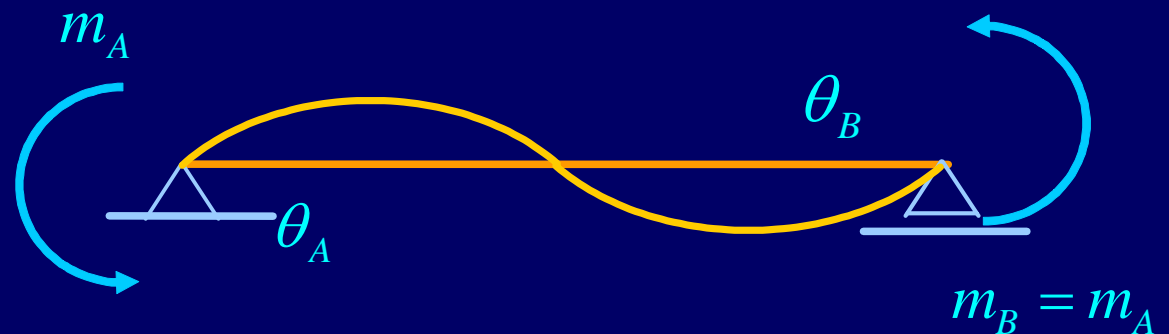
$$\begin{Bmatrix} \Delta m_A \\ \Delta m_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{22} & k_{23} \\ k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} m_A \\ m_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m(\theta_A, \theta_B) \\ m(\theta_A, \theta_B) \end{Bmatrix}$$

部材端モーメント-回転角関係

$k_{23} = k_{32}$ マトリクスの対称性



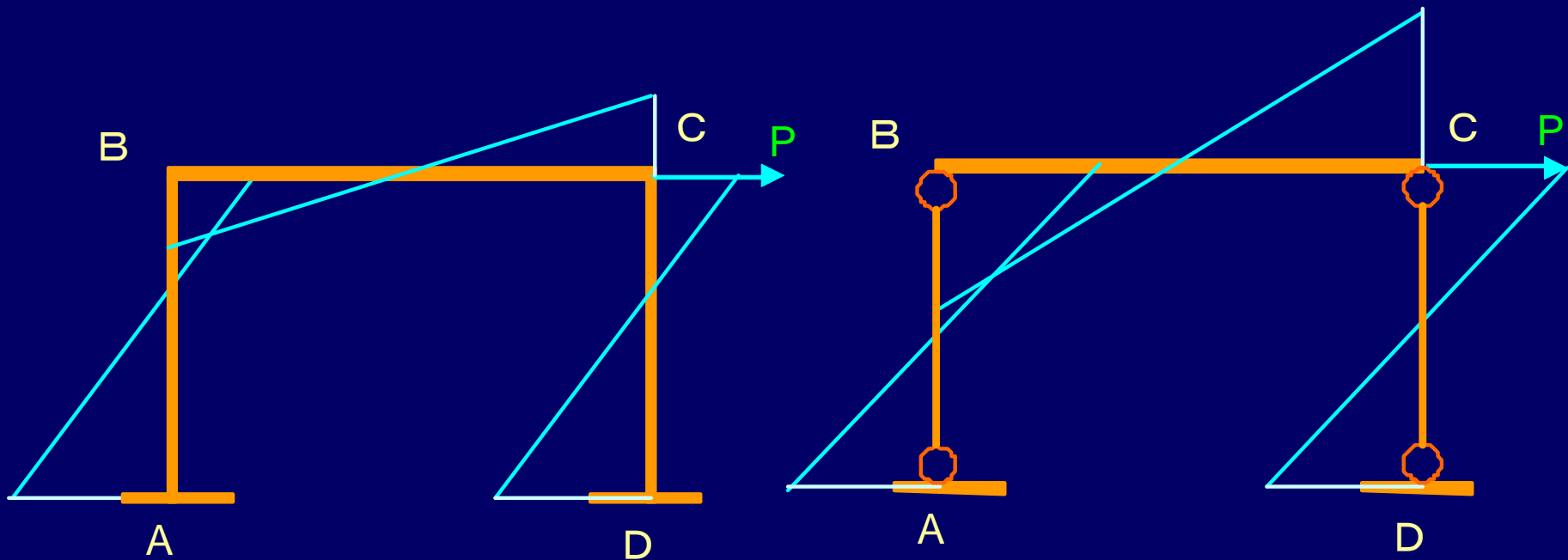
部材端モーメントの大きさを変えた実験なし(逆対称曲げ実験)



鉄筋コンクリートの部材モデル

部材内の損傷分布を表わすモデル

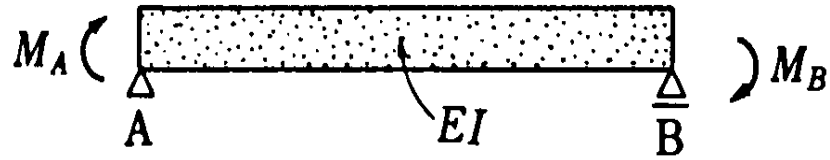
完全弾塑性ヒンジモデル



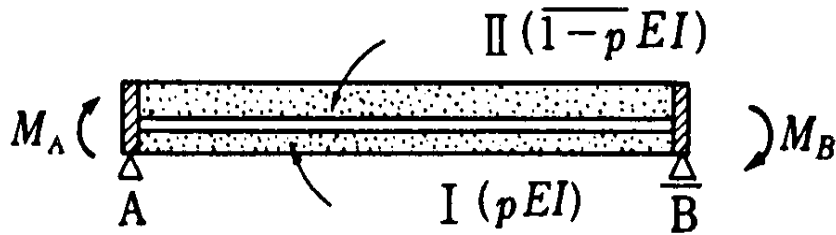
弾性応答

降伏後のヒンジ

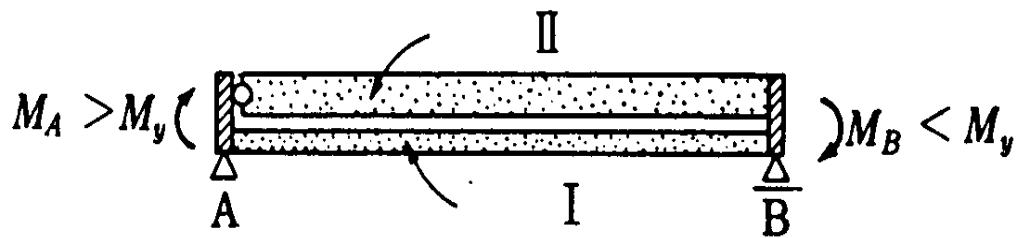
分割梁モデル



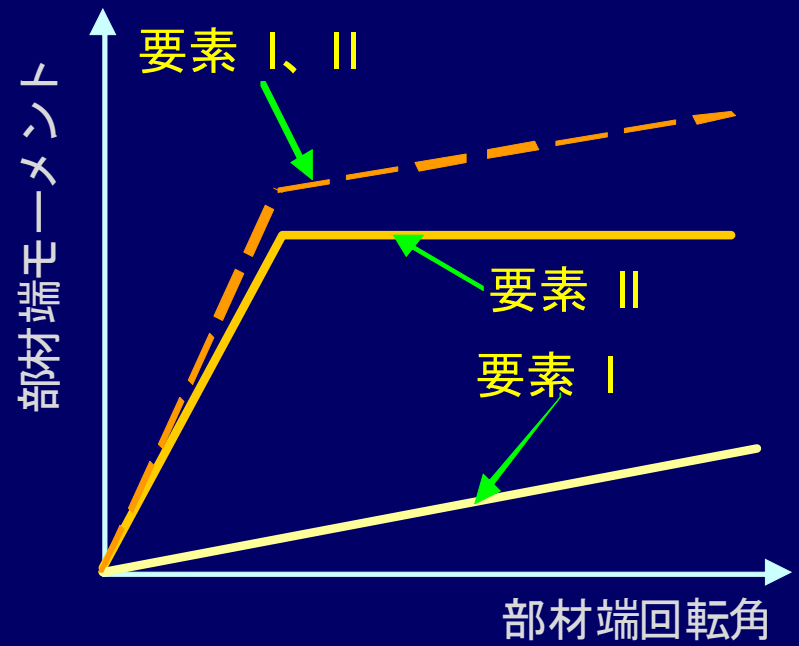
(a) 部材



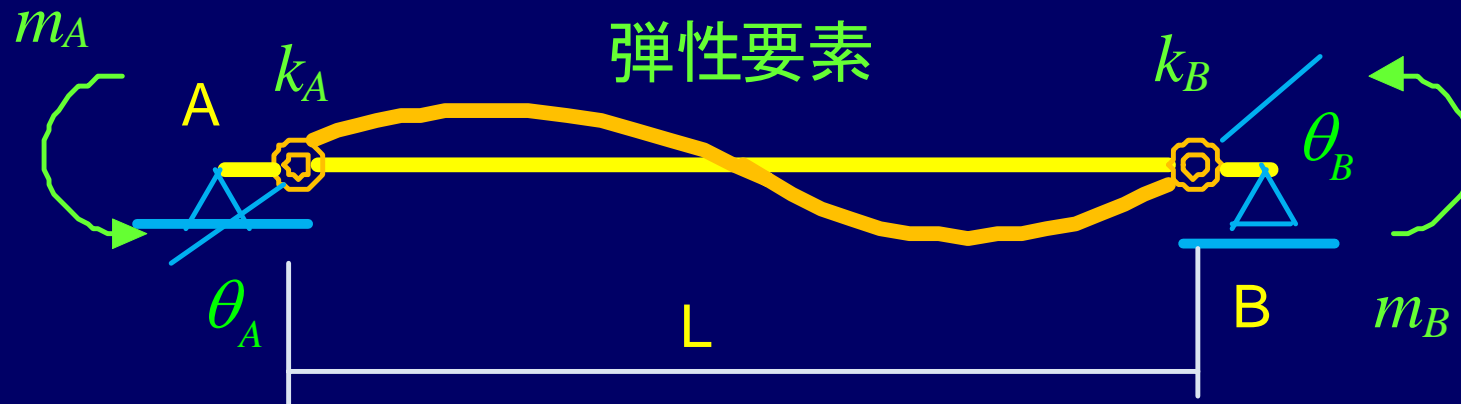
(b) 部材分割



(c) 左端降伏

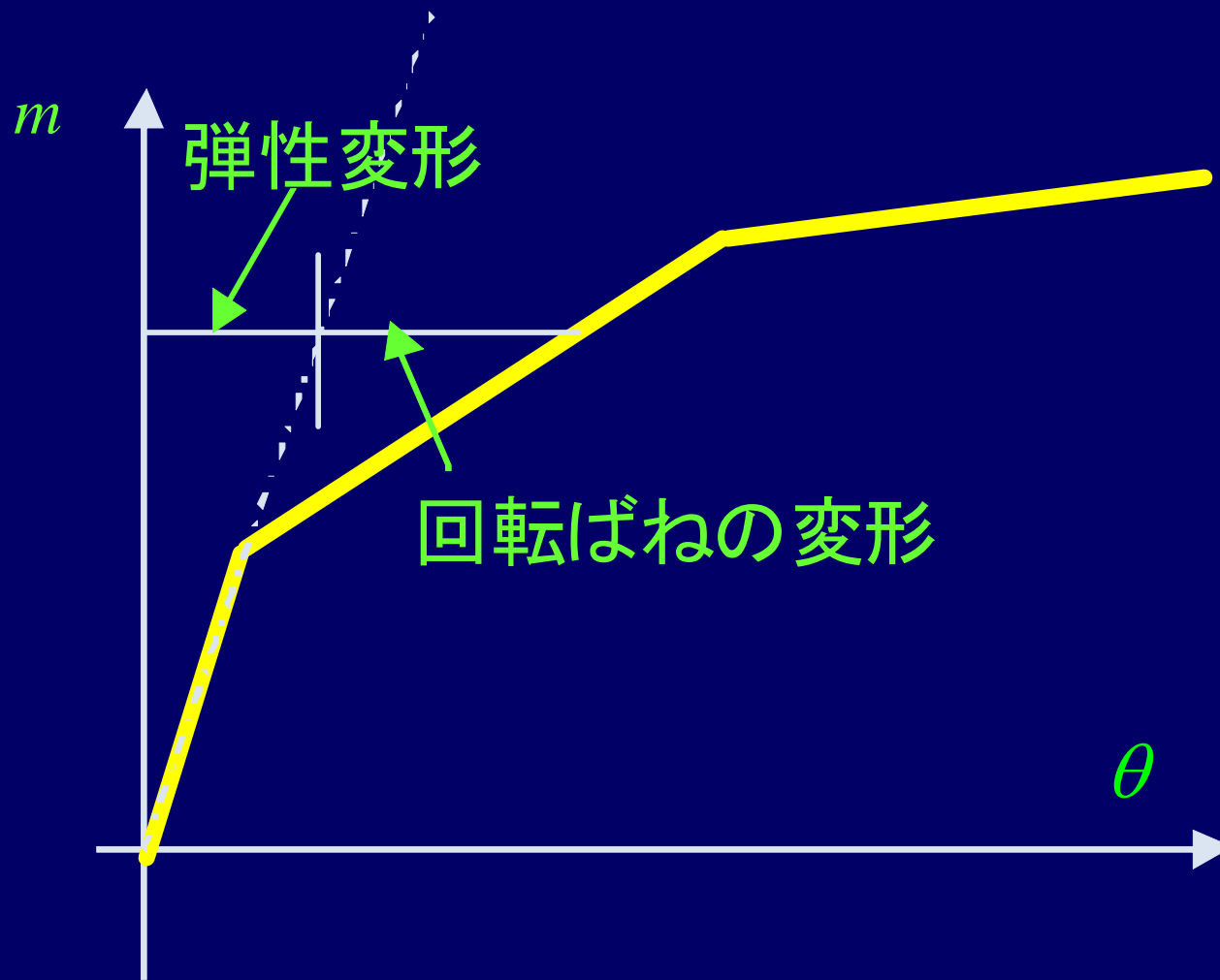


材端剛塑性回転ばねモデル



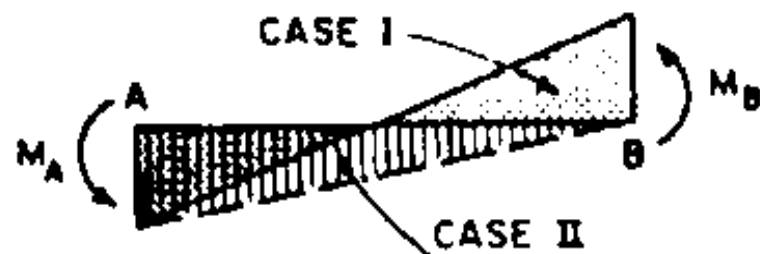
材端剛塑性回転ばねモデル

材端剛塑性回転ばねモデル

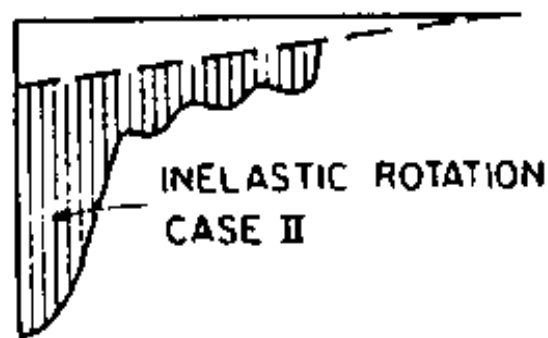
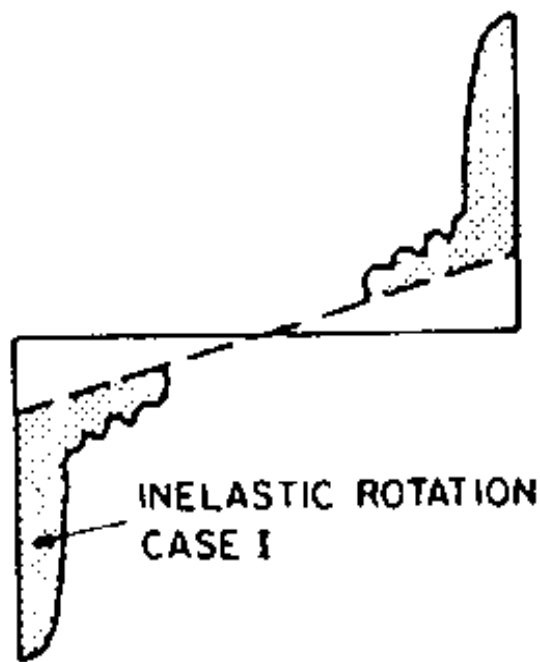


部材端曲げモーメント-回転角関係

材端剛塑性回転ばねモデル

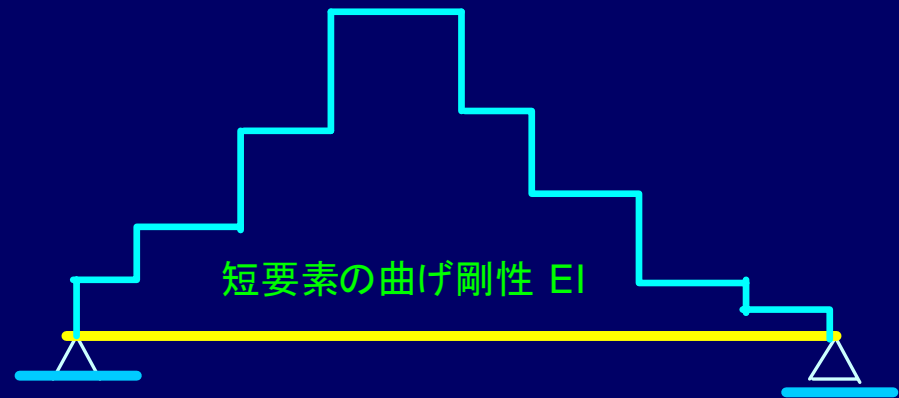
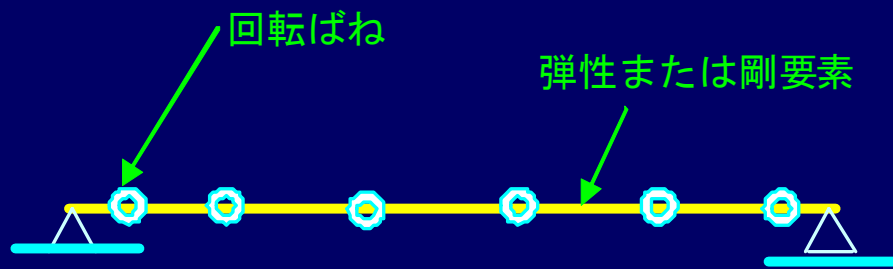


(a)



(b)

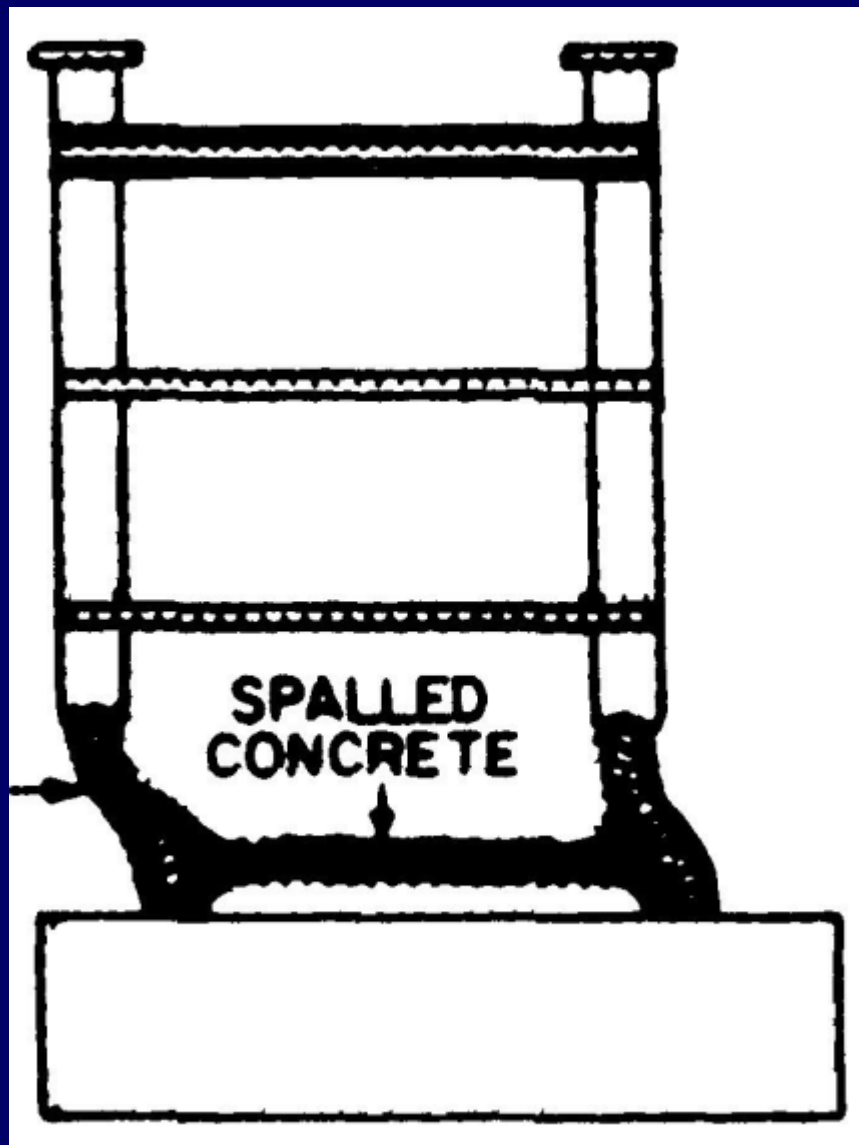
部材を長さ方向に分割するモデル



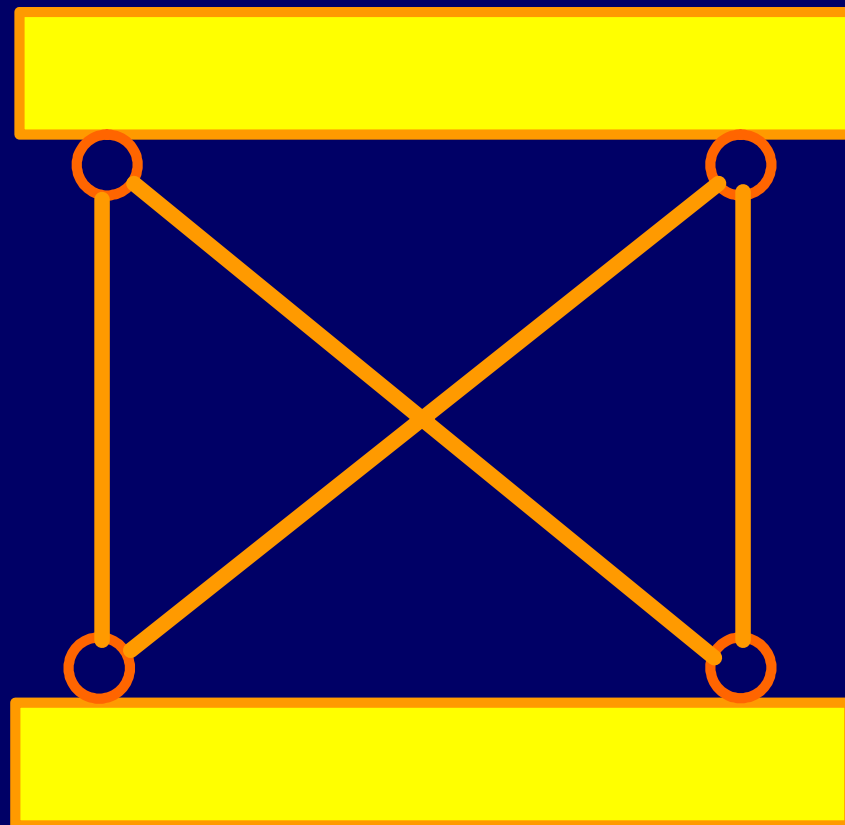
連層耐震壁のモデル



連層耐震壁のモデル

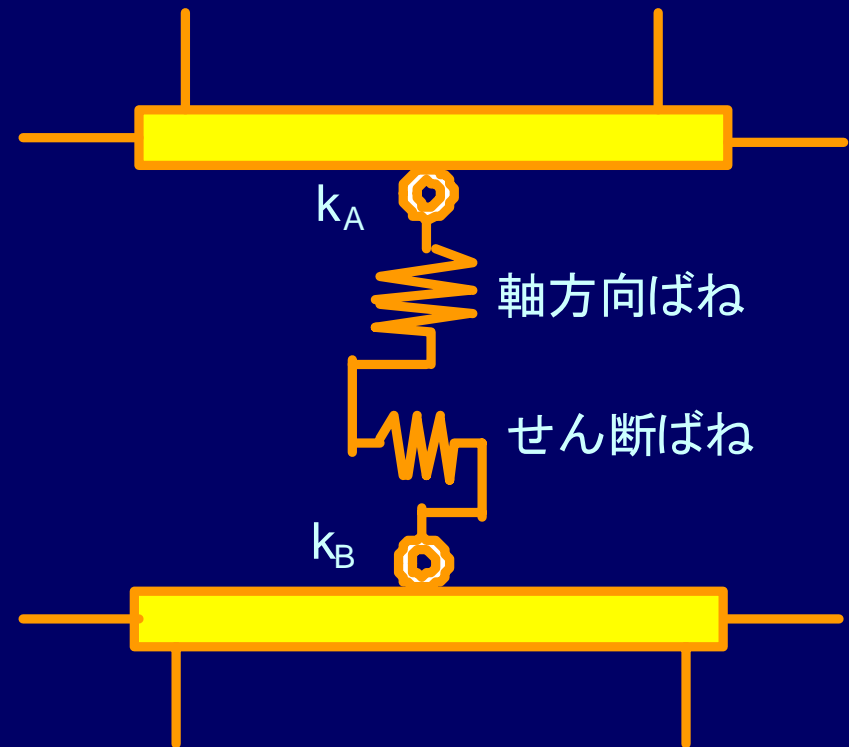


せん断変形の筋交いモデル



連層耐震壁のモデル

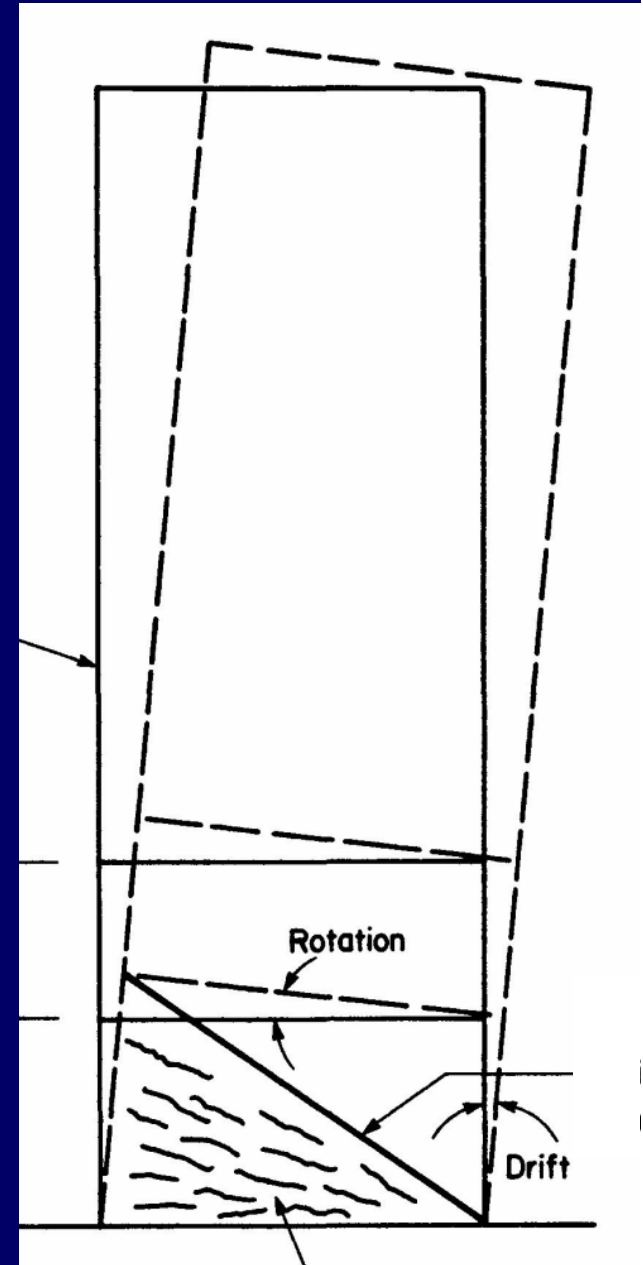
壁断面中央を通る柱モデル



連層耐震壁のモデル

細長い耐震壁の変形

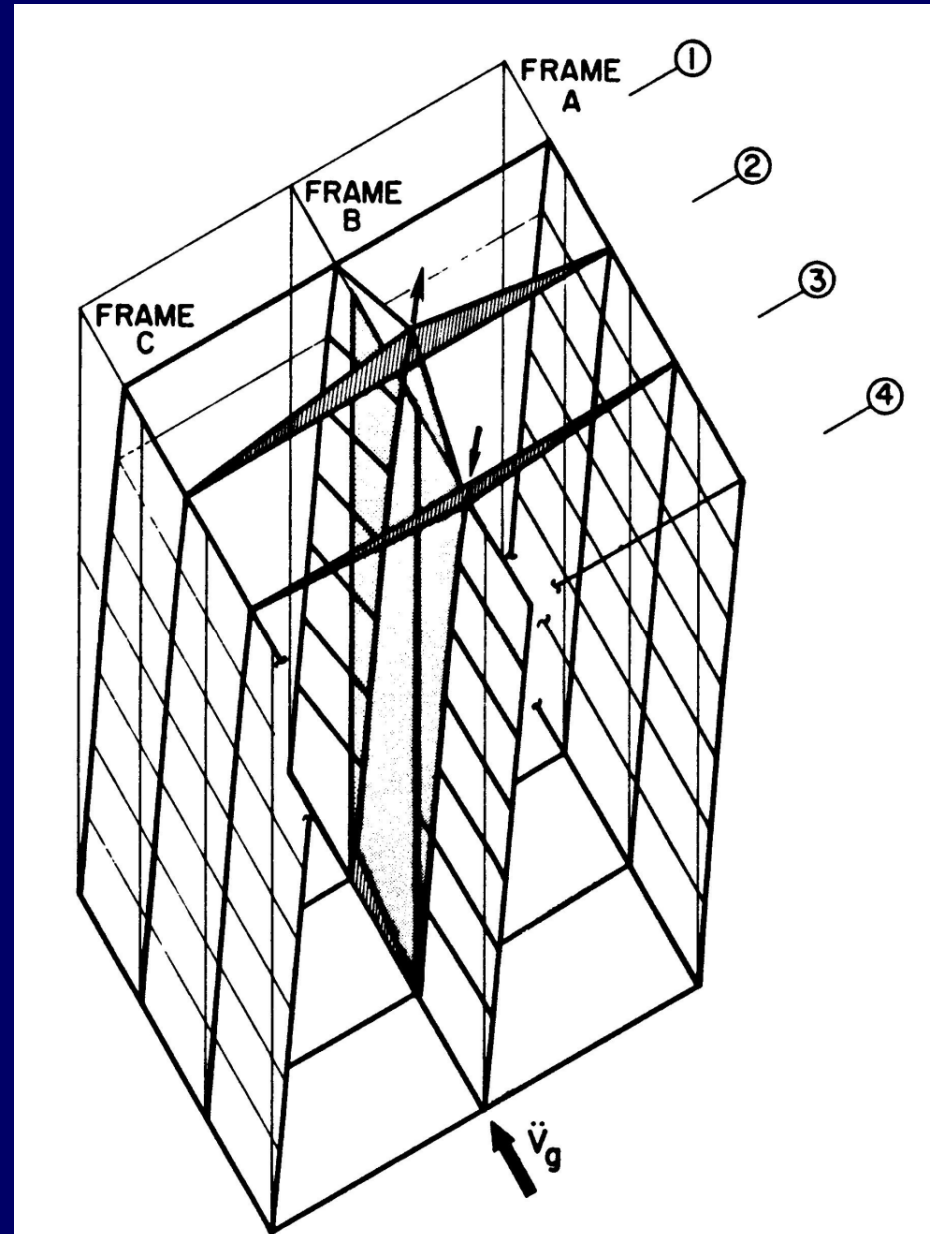
中立軸が移動し、引張側に大きな伸び変形



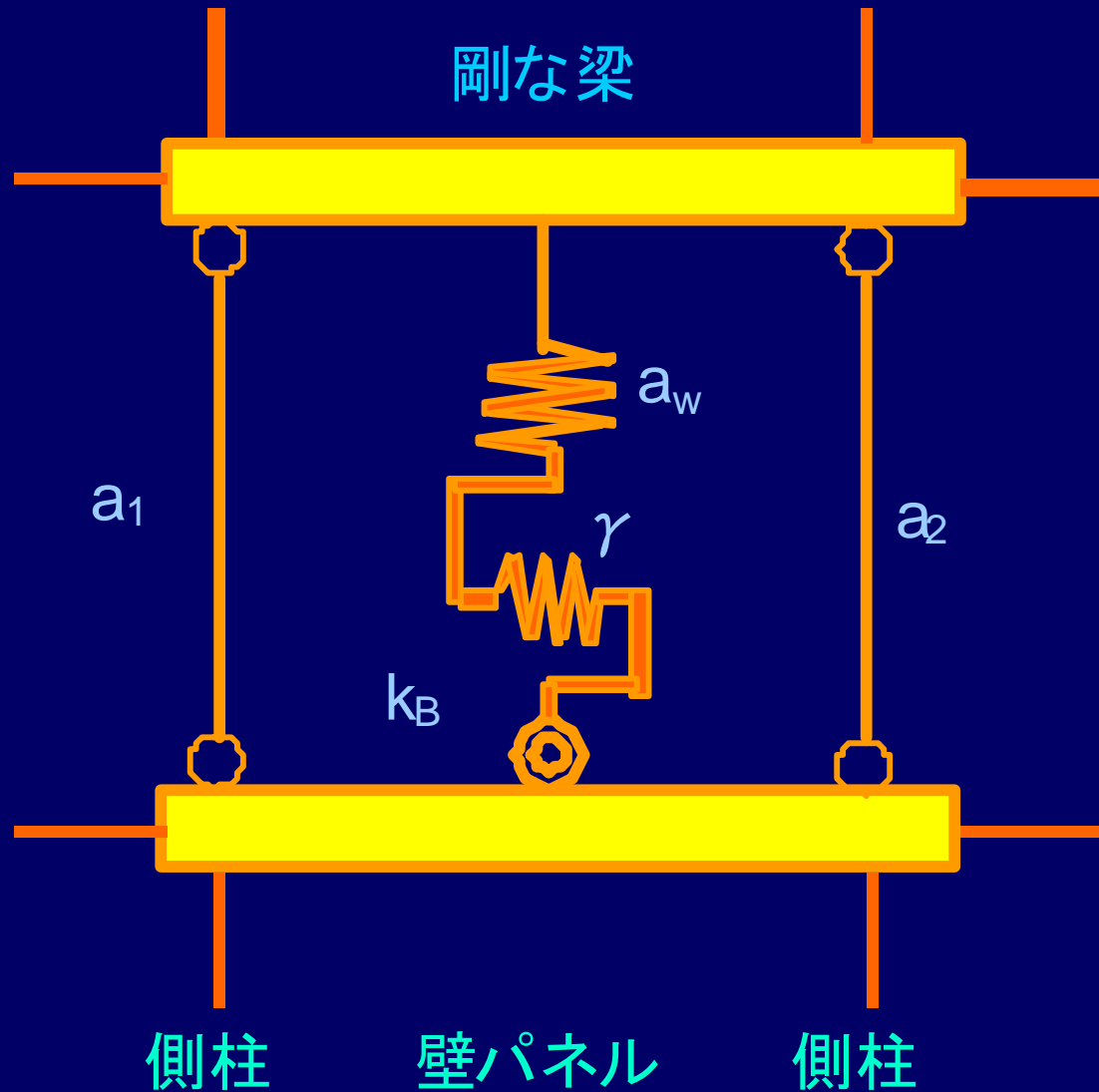
連層耐震壁のモデル

耐震壁の3次元効果

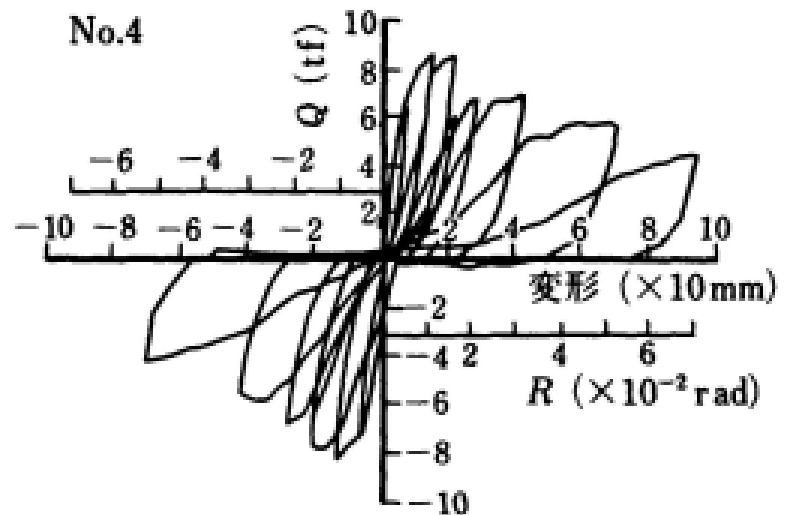
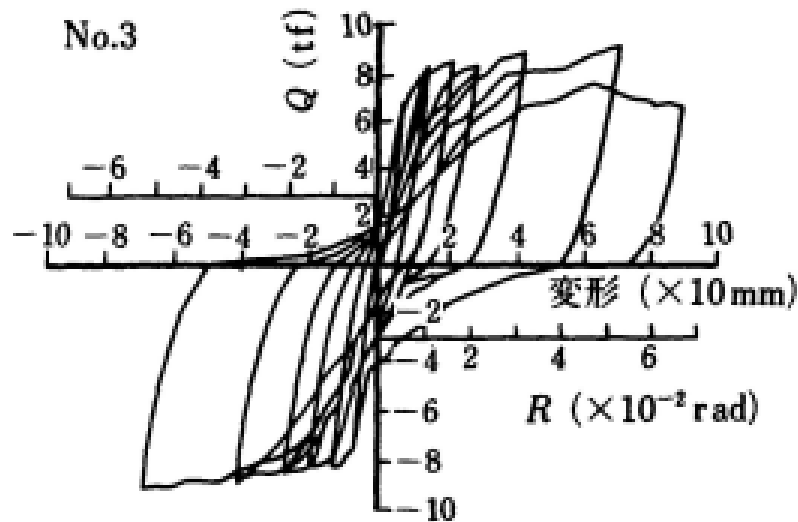
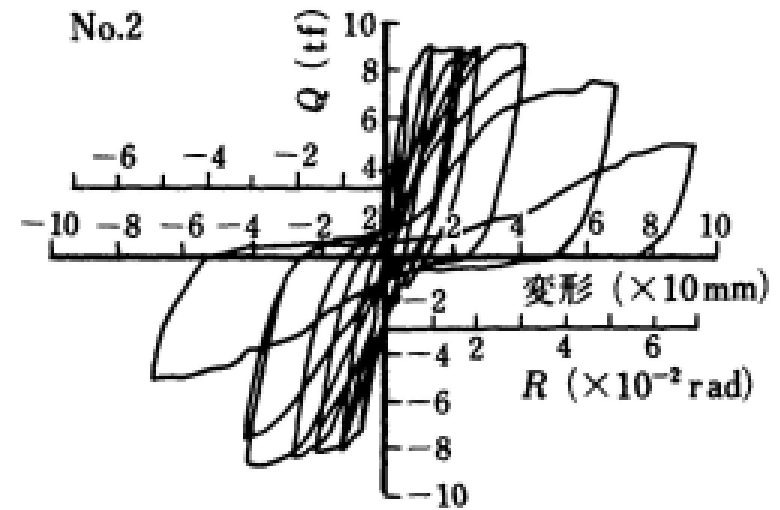
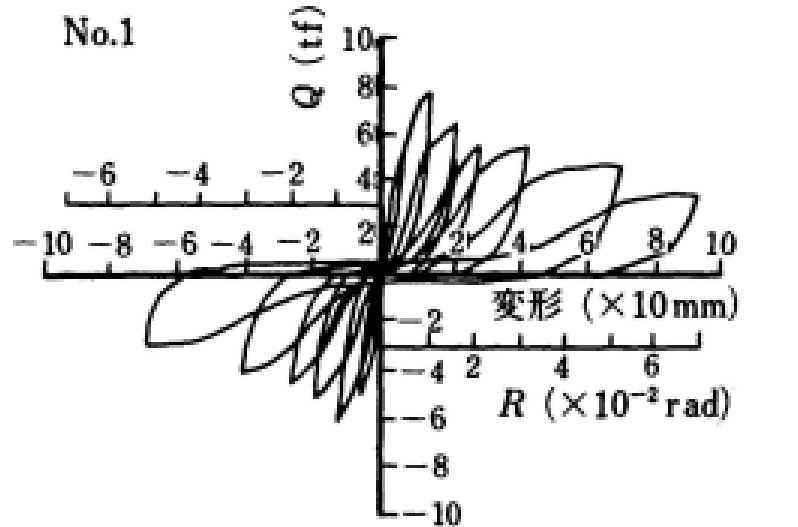
引張側の上方変位は直交する方向の梁に大きな変形を生じさせる。



壁谷澤 Model

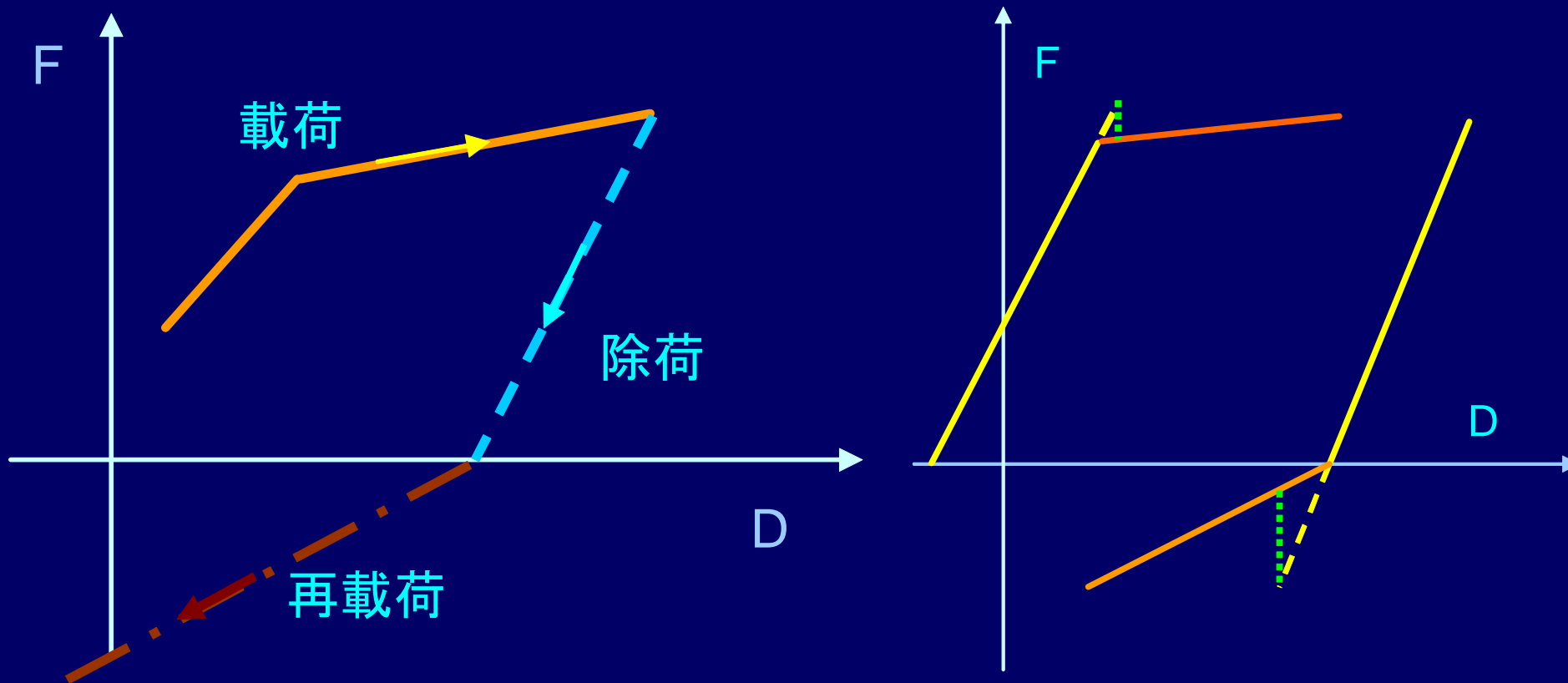


鉄筋コンクリート部材の荷重-変形関係

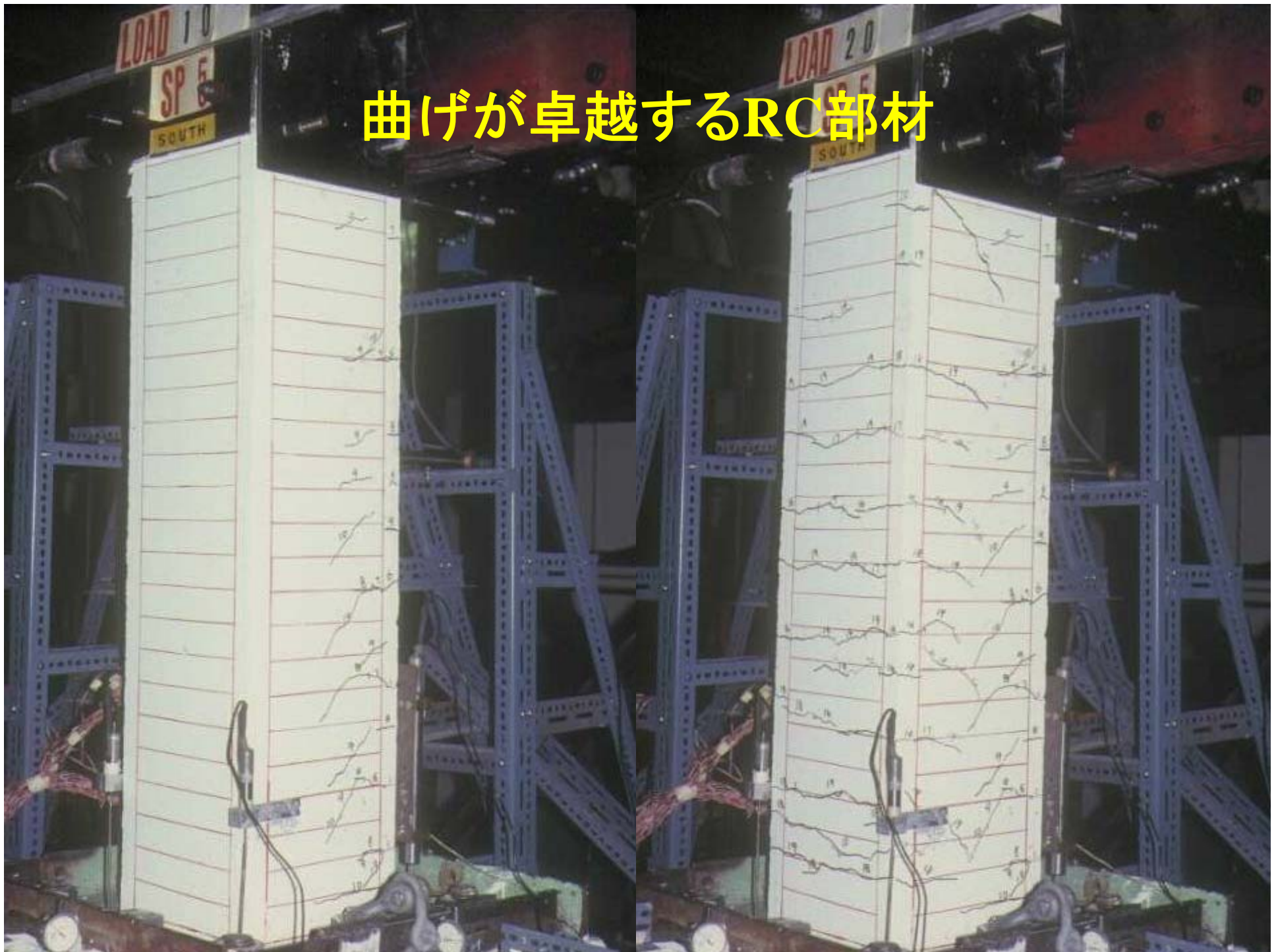


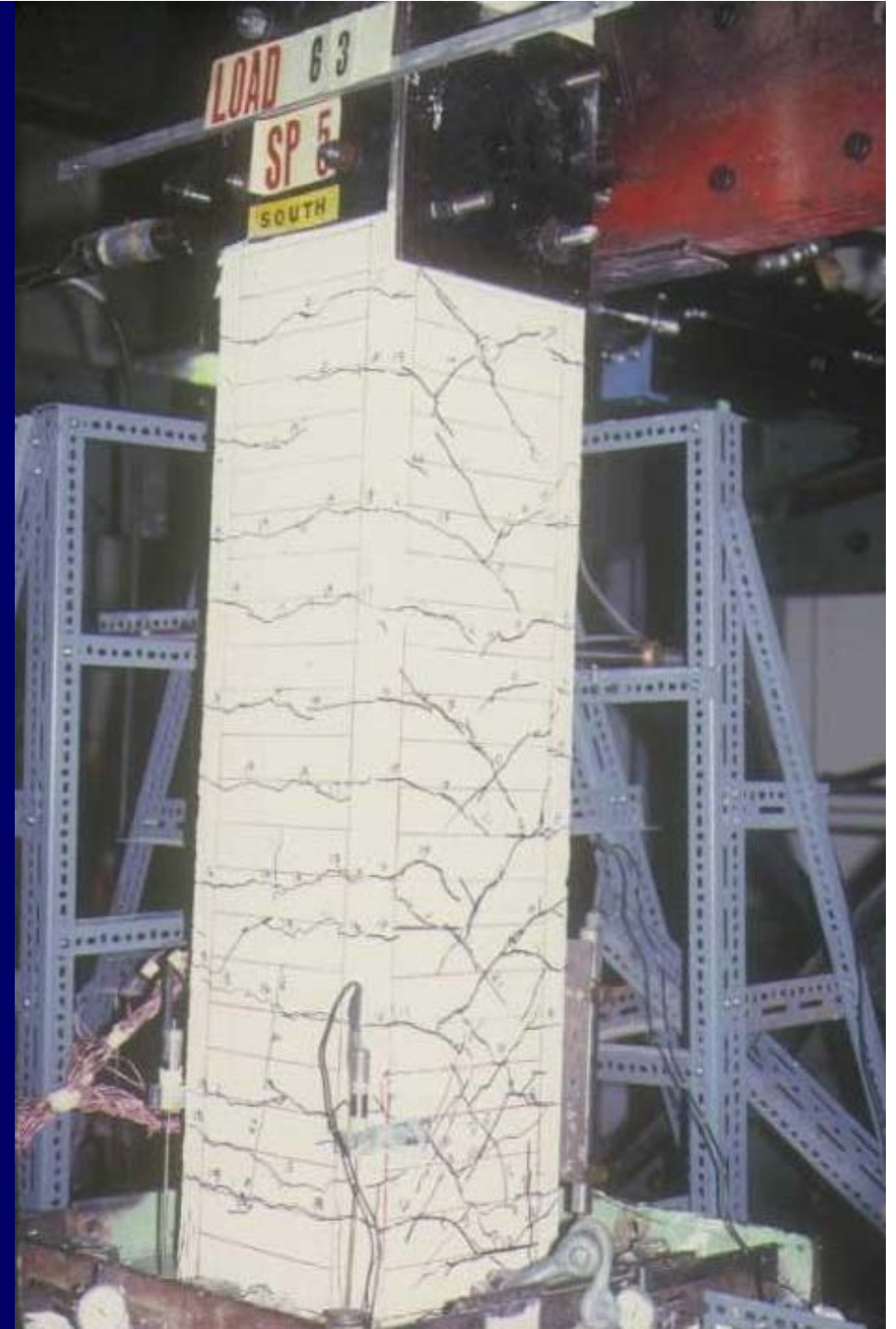
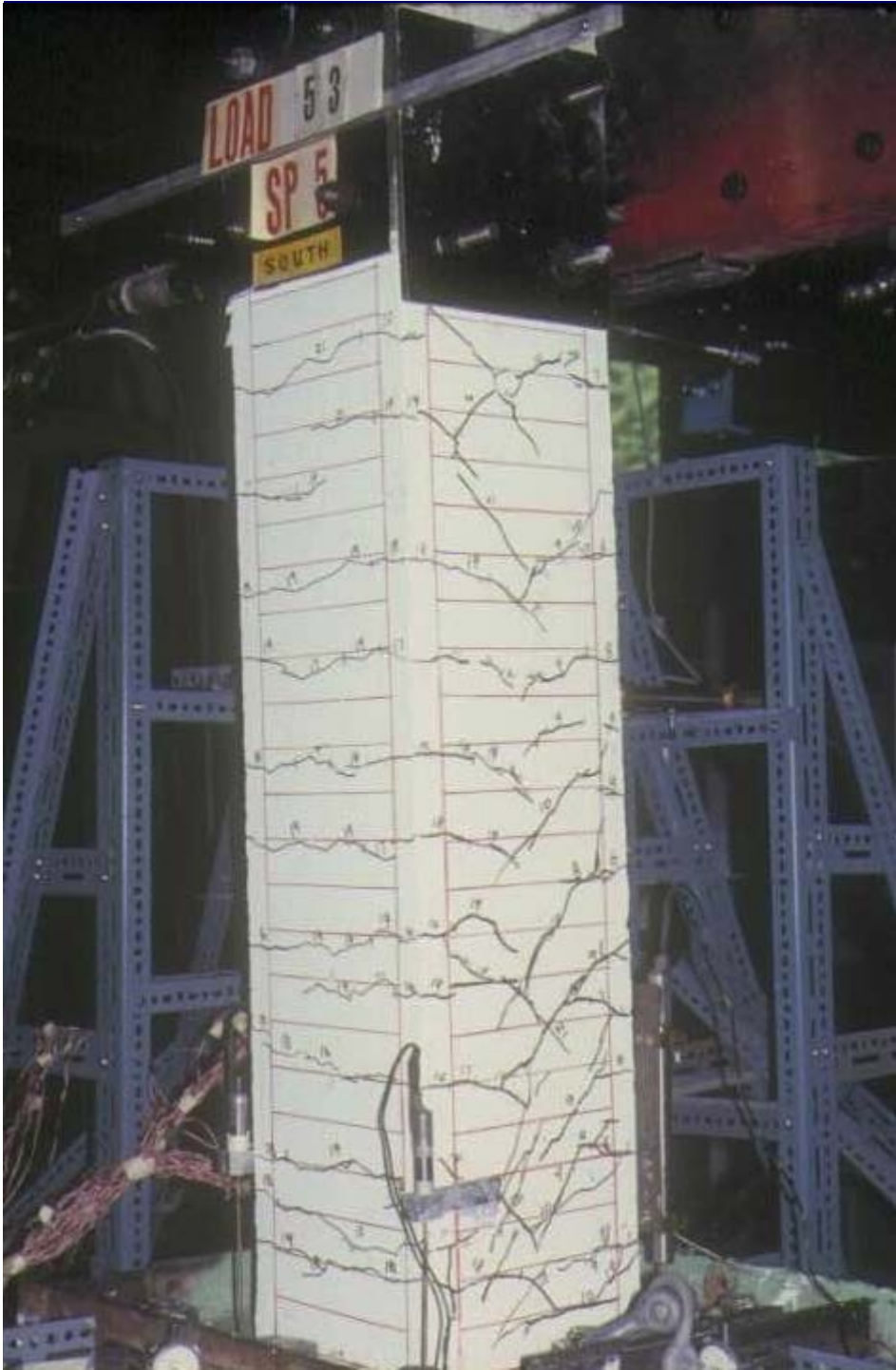
履歴モデルの必要条件

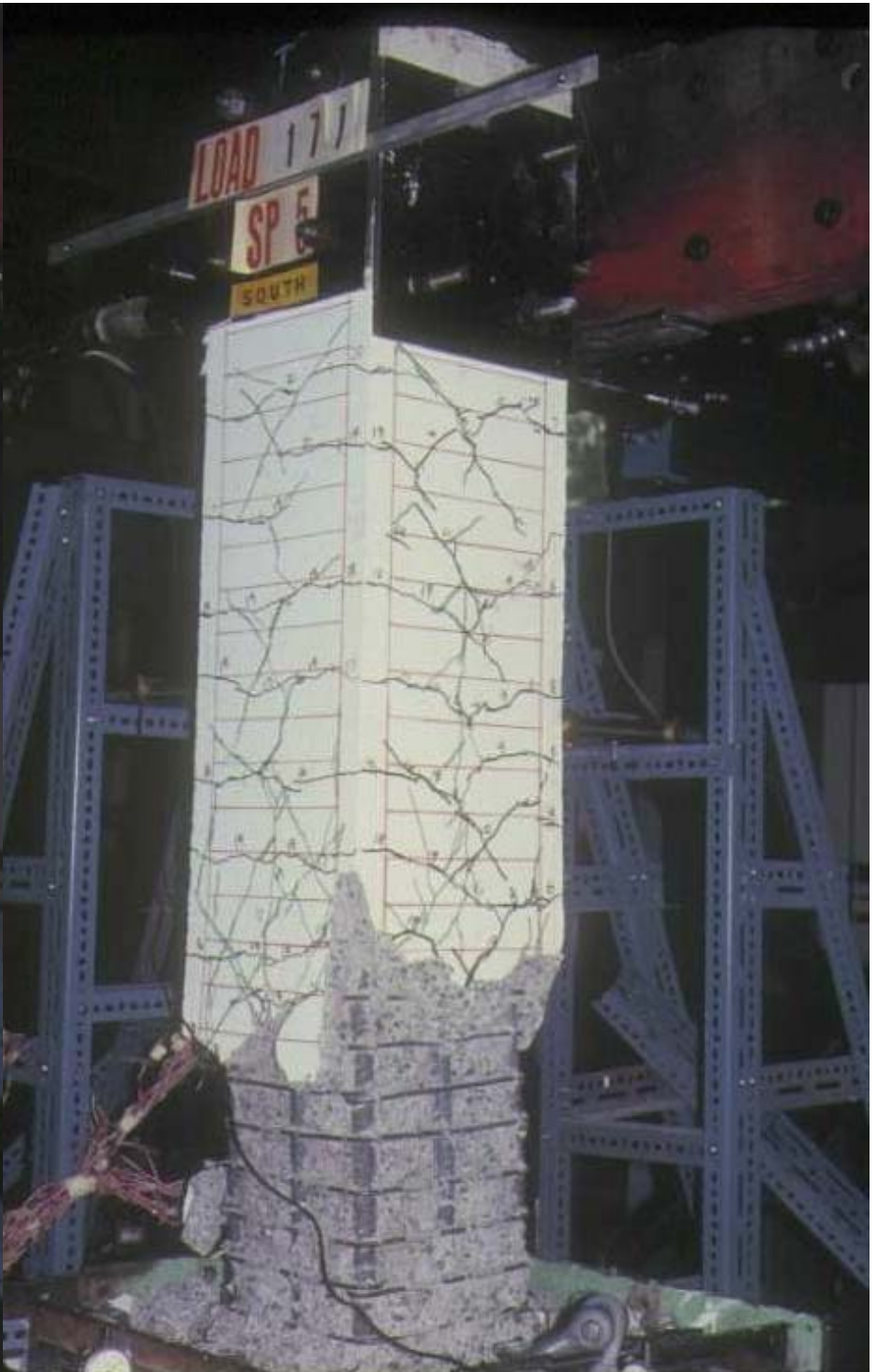
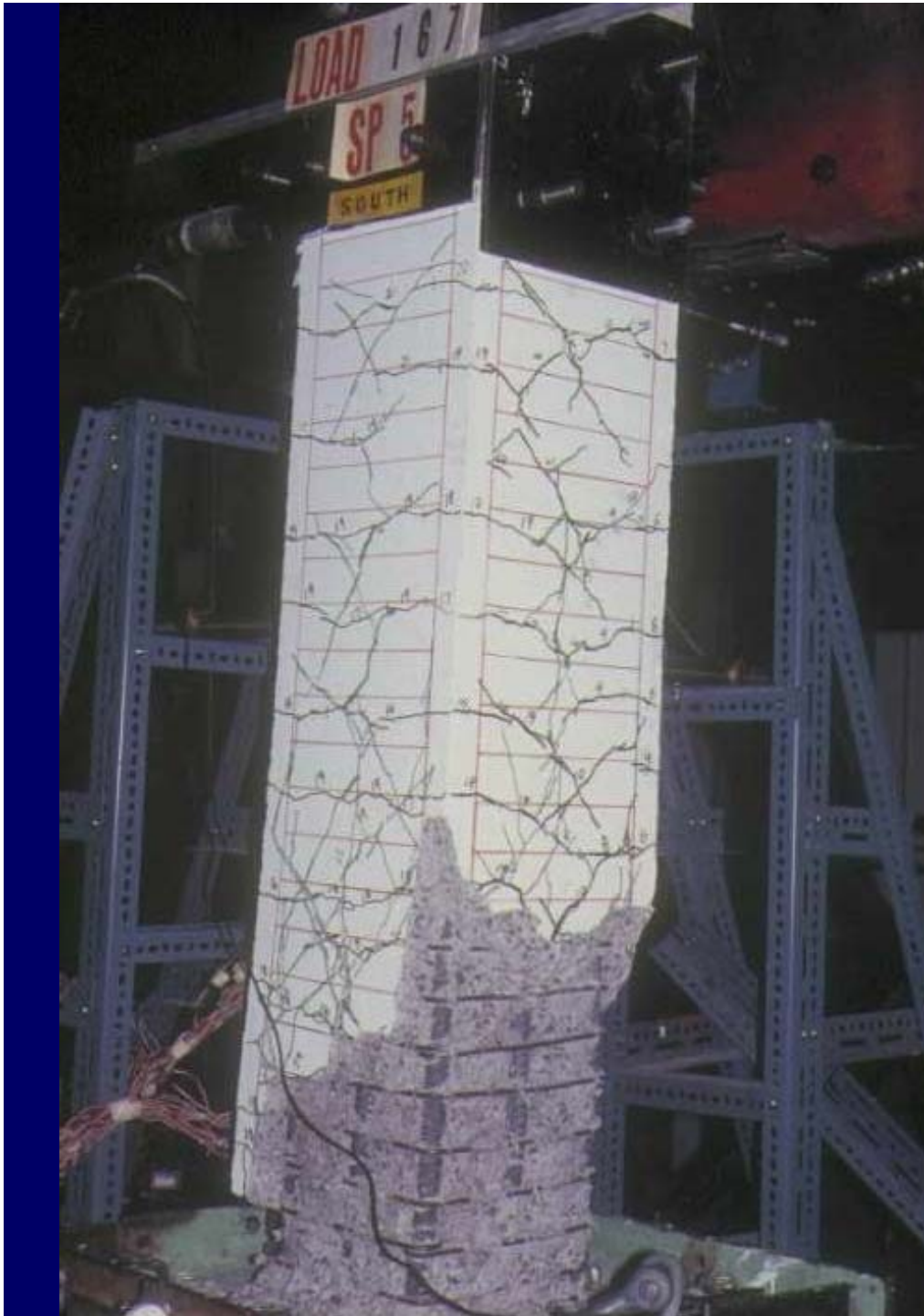
- あらゆる荷重履歴に対応
- 変位に対する耐力を与える
- 低応力における剛性変化 (overshooting)



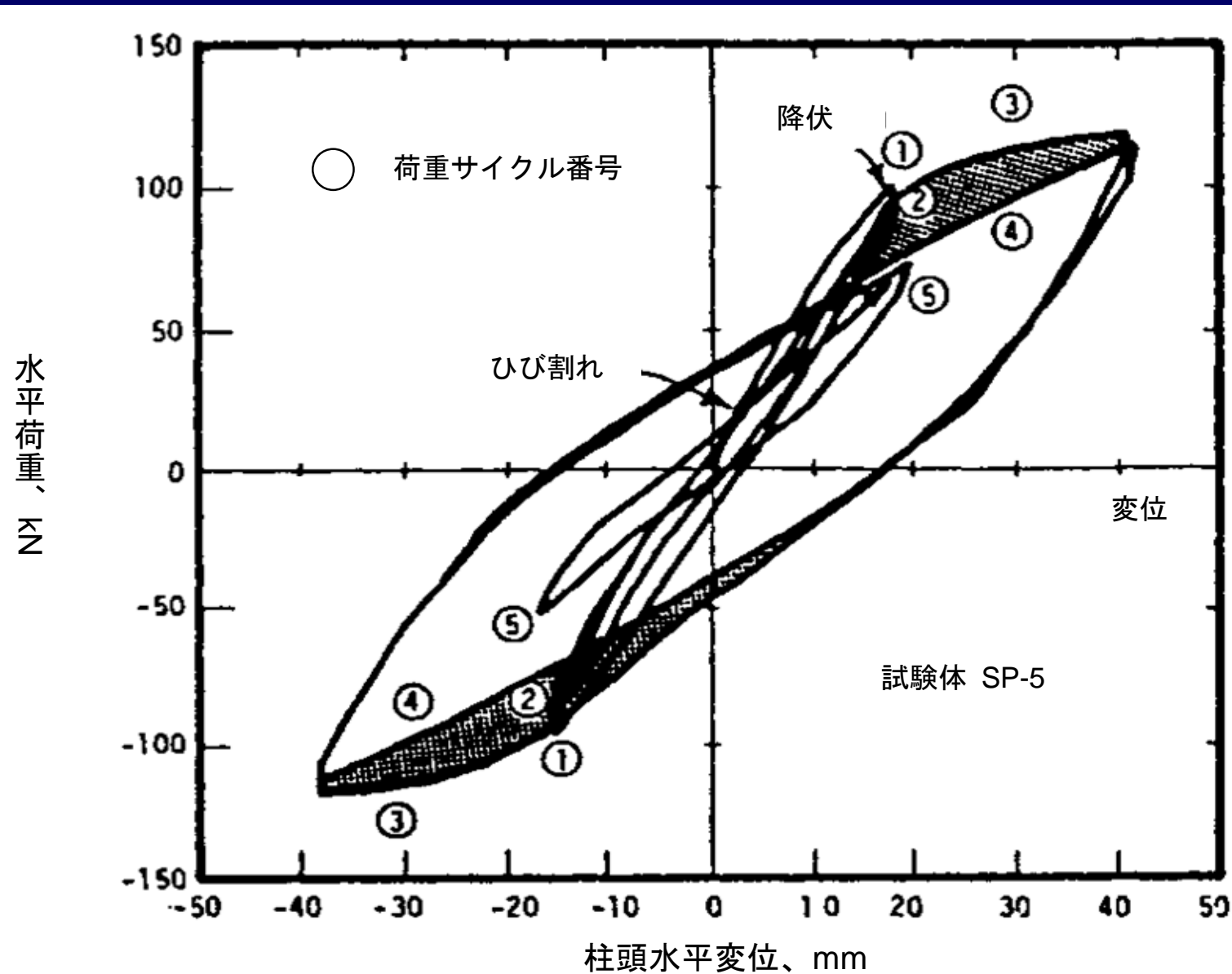
曲げが卓越するRC部材



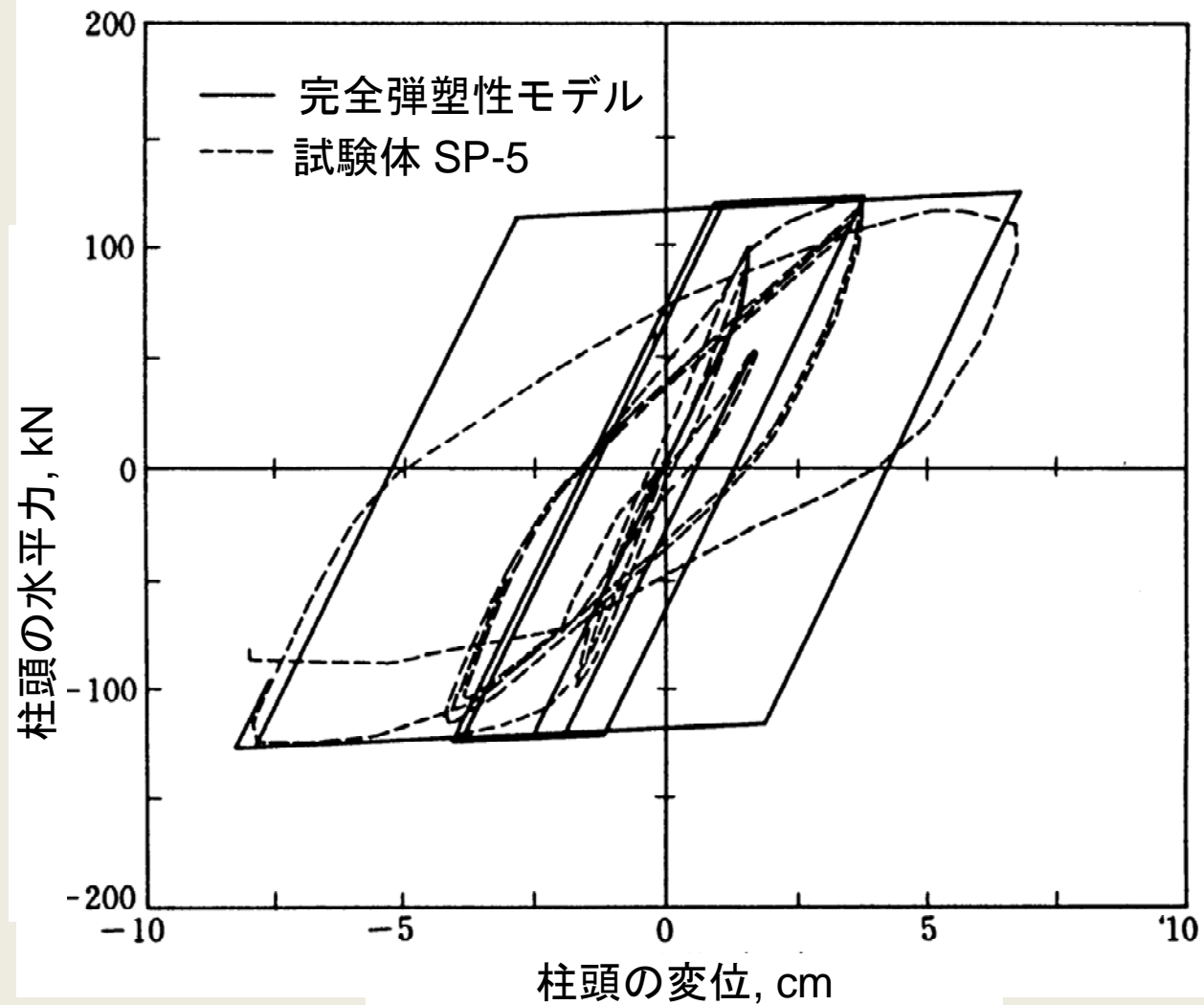




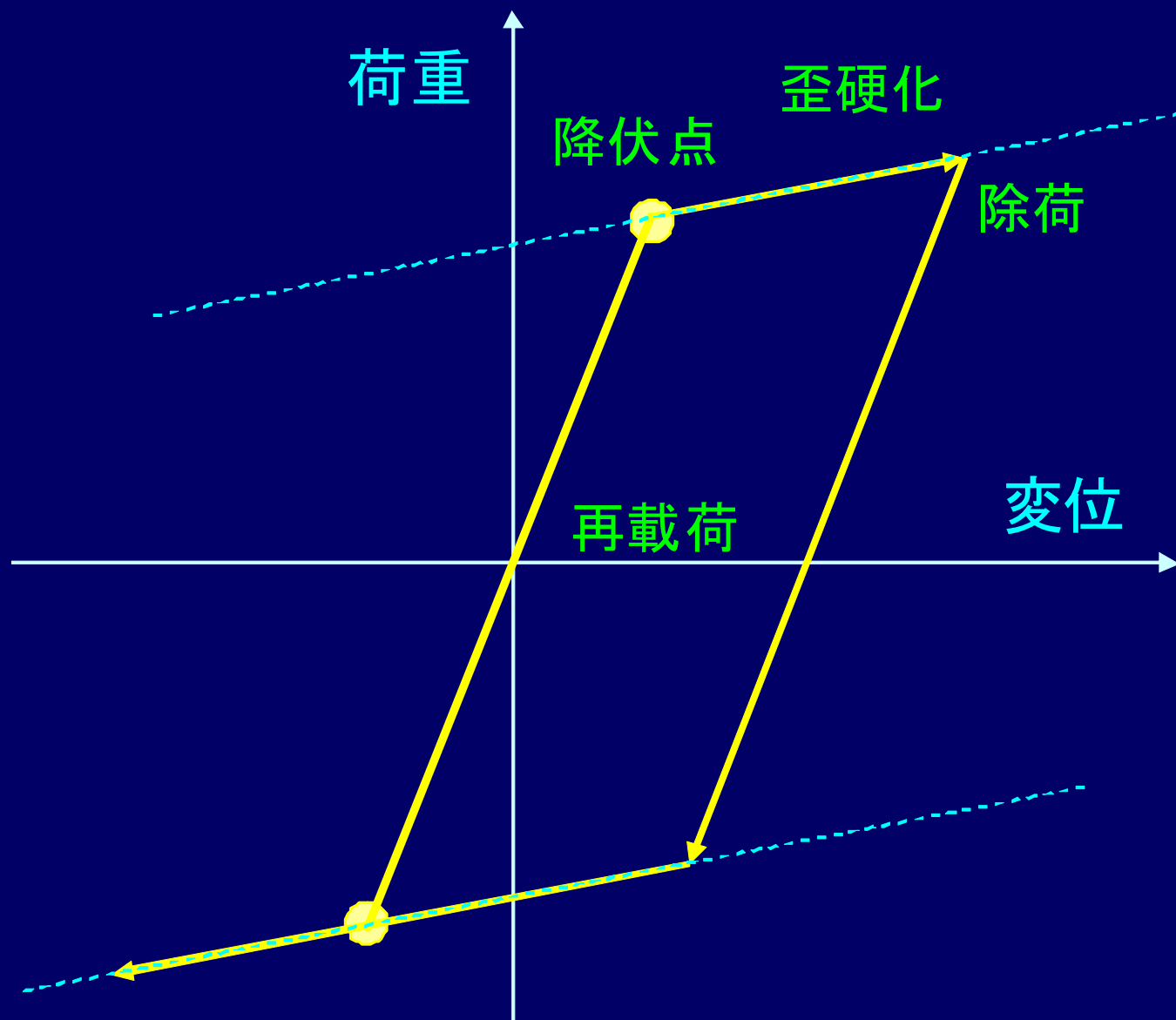
鉄筋コンクリート造部材の履歴モデル



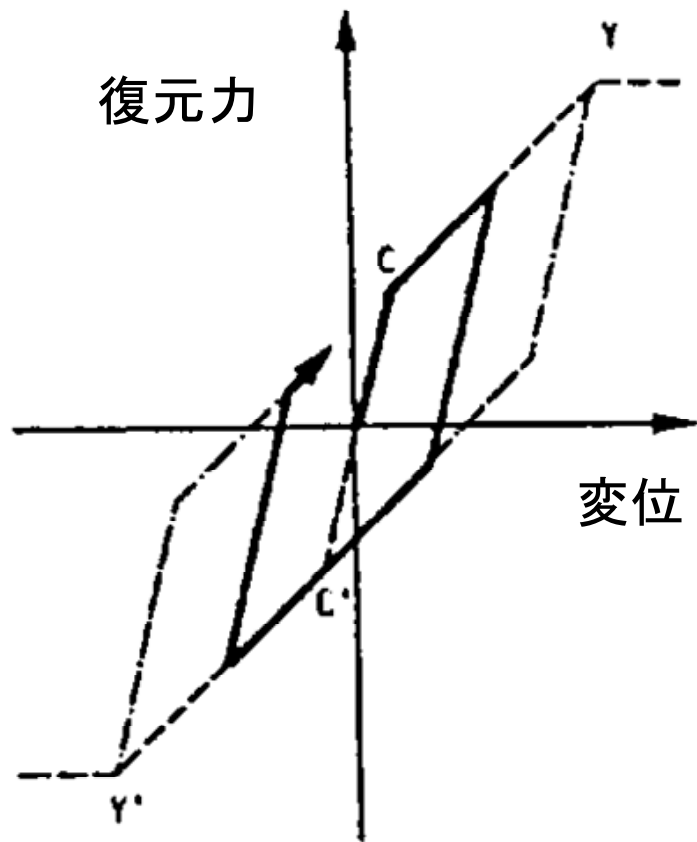
完全弾塑性モデル



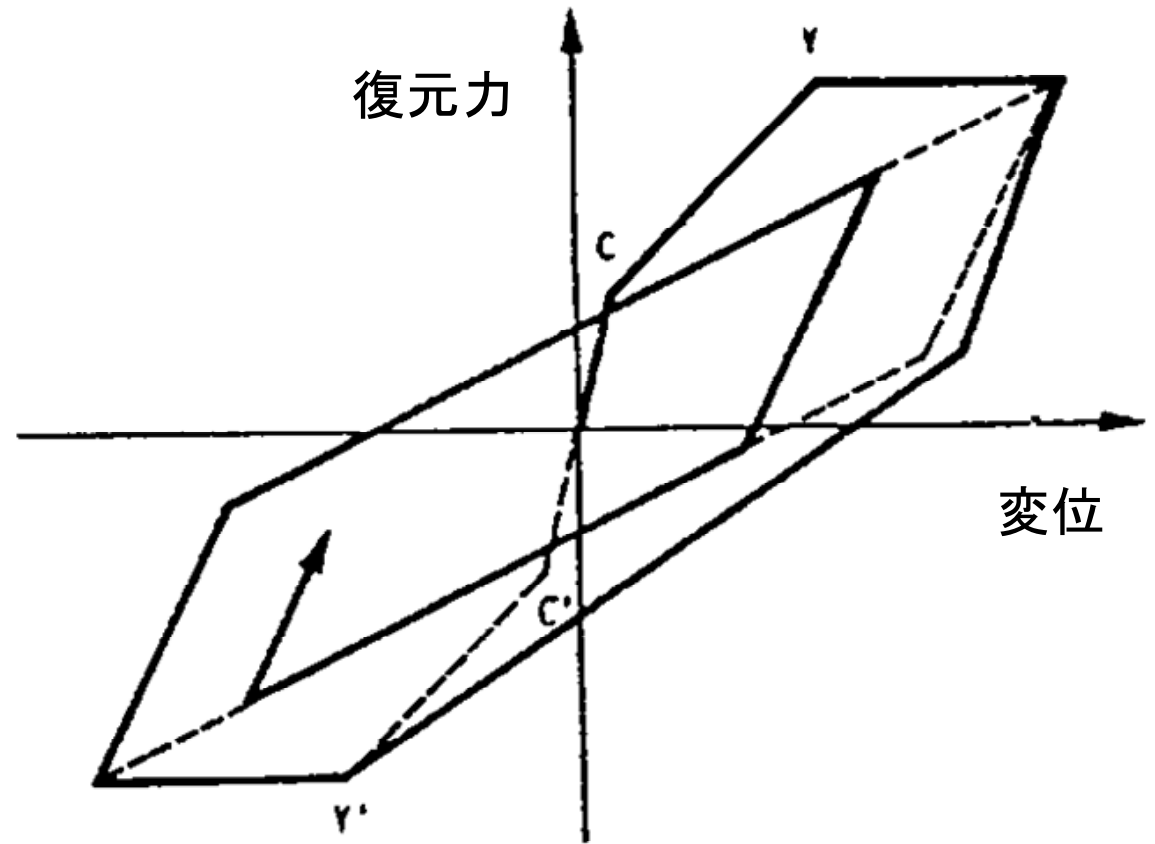
Bilinear Model



剛性低下型トライリニア・モデル

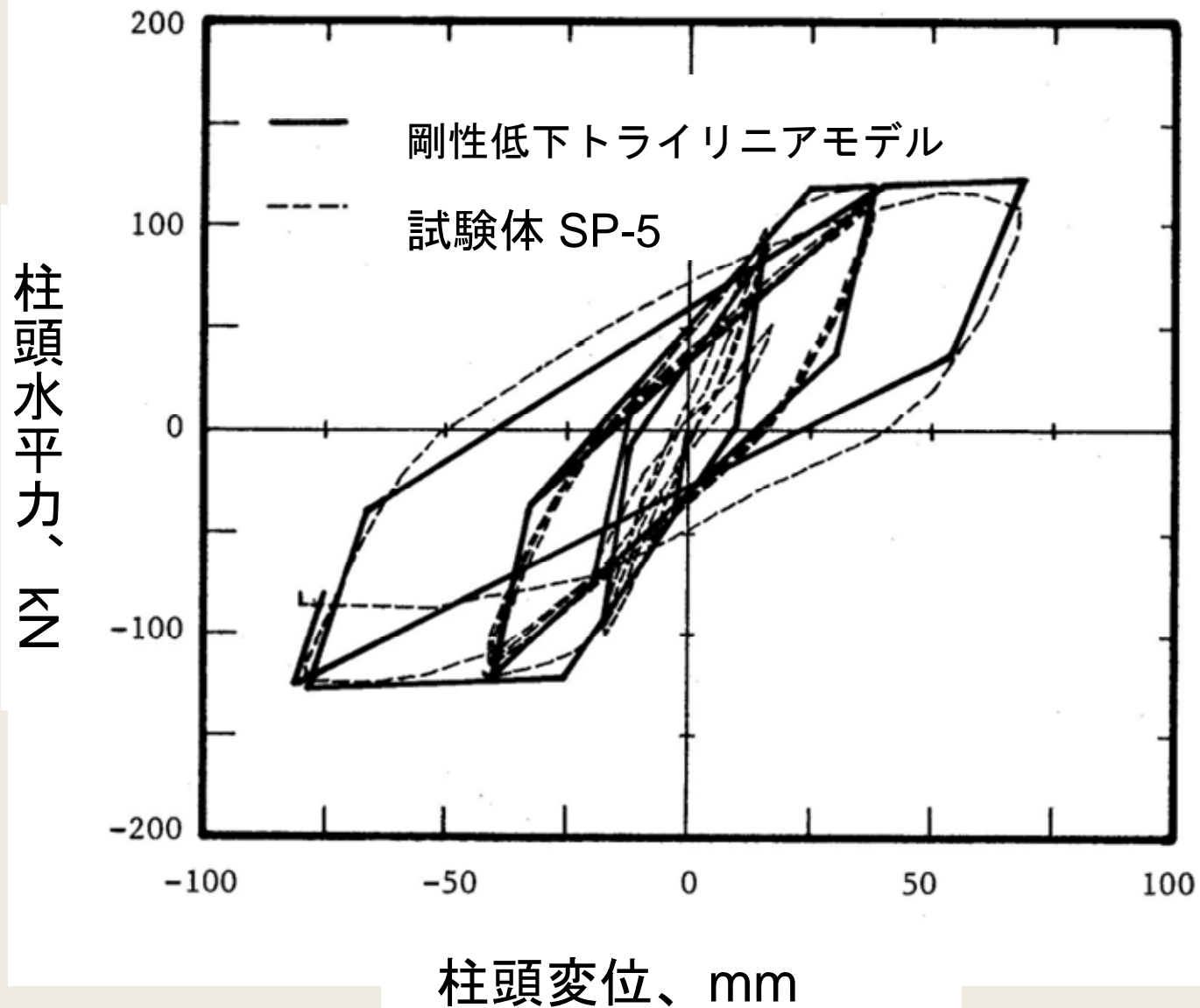


(a) 曲げ降伏前



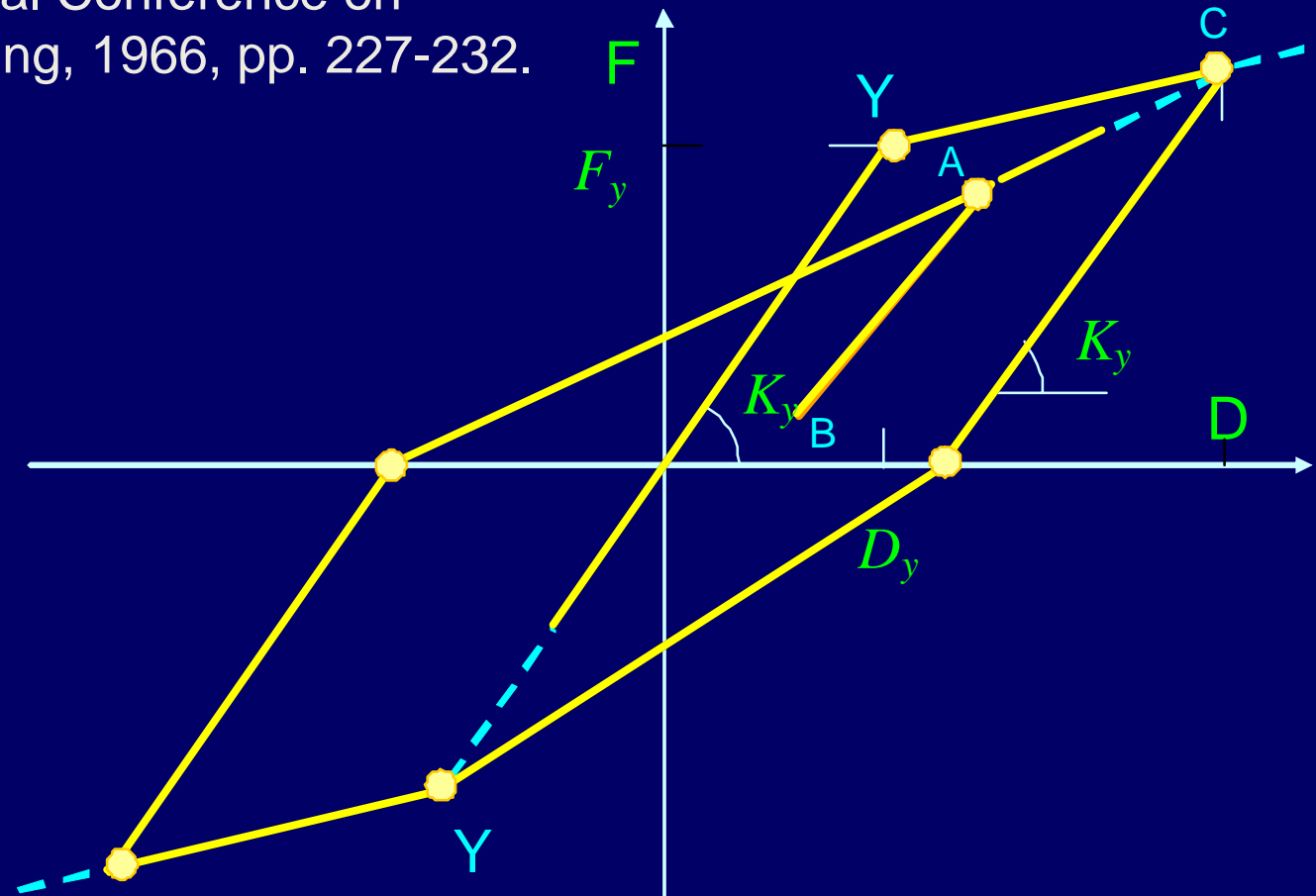
(b) 曲げ降伏後

鉄筋コンクリート造部材の履歴モデル

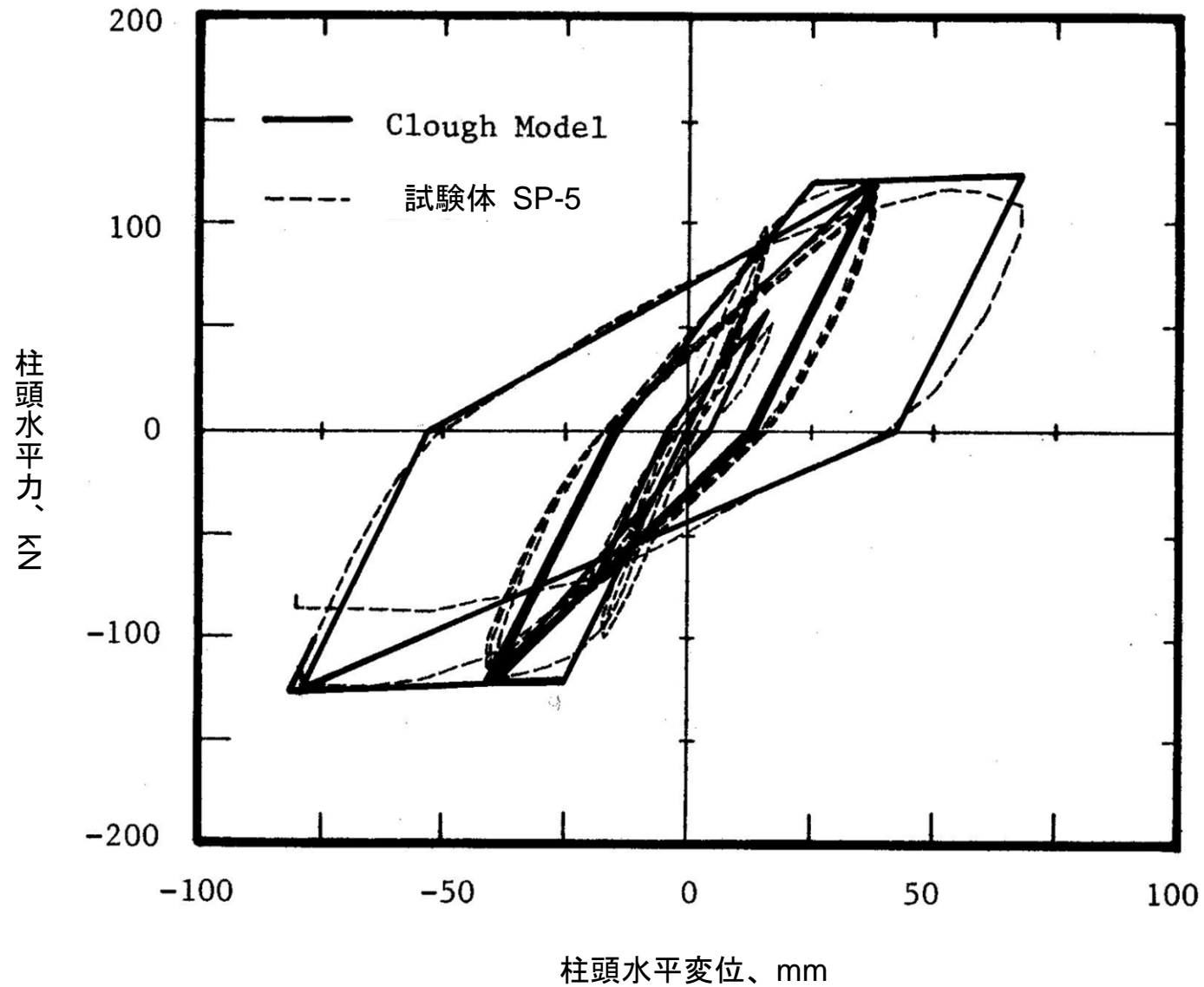


Clough Model

Clough, R. W., and S. B. Johnston, "Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements," Proceedings, Second Japan National Conference on Earthquake Engineering, 1966, pp. 227-232.

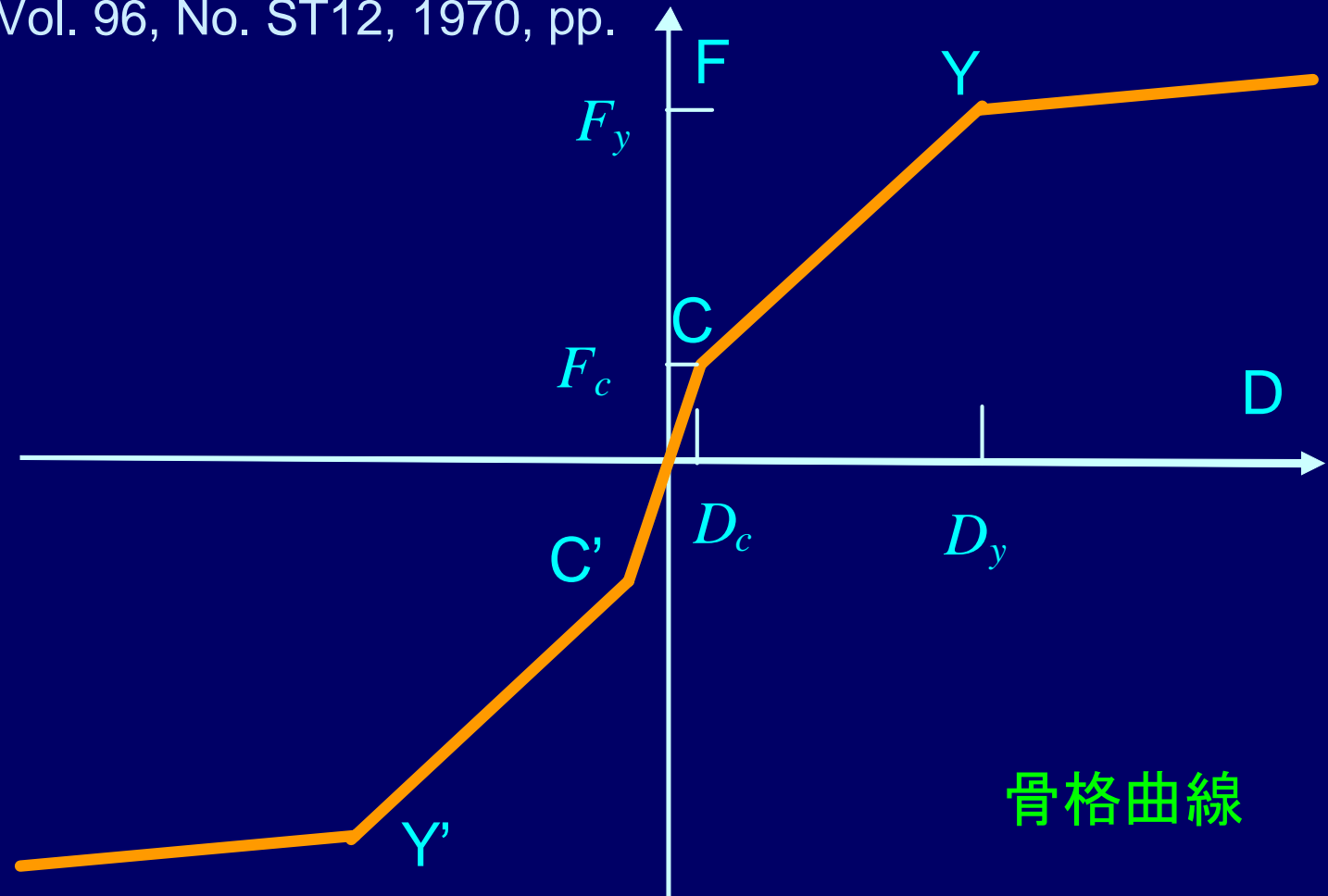


Clough Model



Takeda Degrading Model

Takeda, T., M. A. Sozen and N. N. Nielsen,
"Reinforced Concrete Response to
Simulated Earthquakes," Journal, Structural
Division, ASCE, Vol. 96, No. ST12, 1970, pp.
2557-2573.



Rule 1

初期载荷とひび割れ点

F_y

F

Y

P

降伏前

C

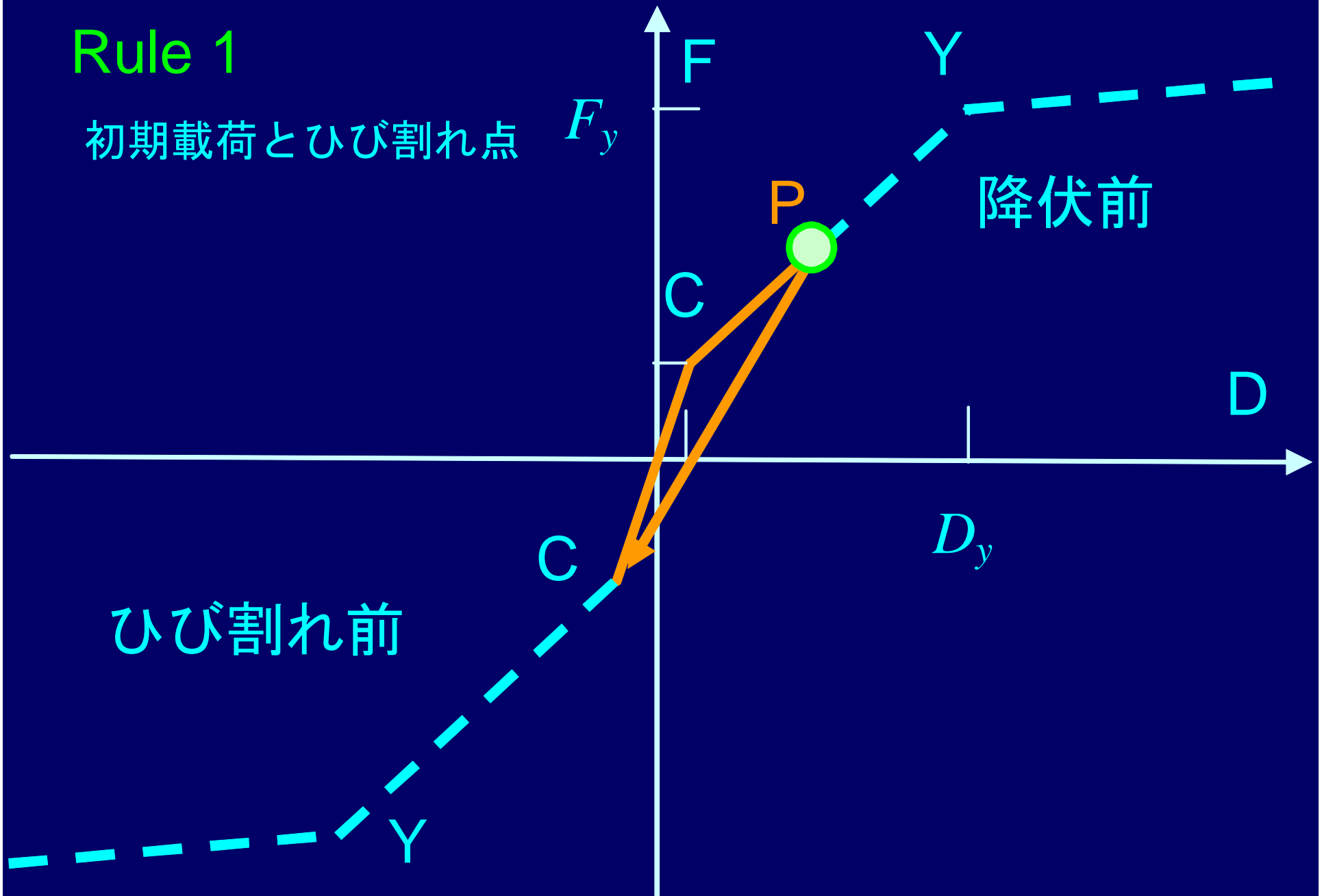
D

D_y

ひび割れ前

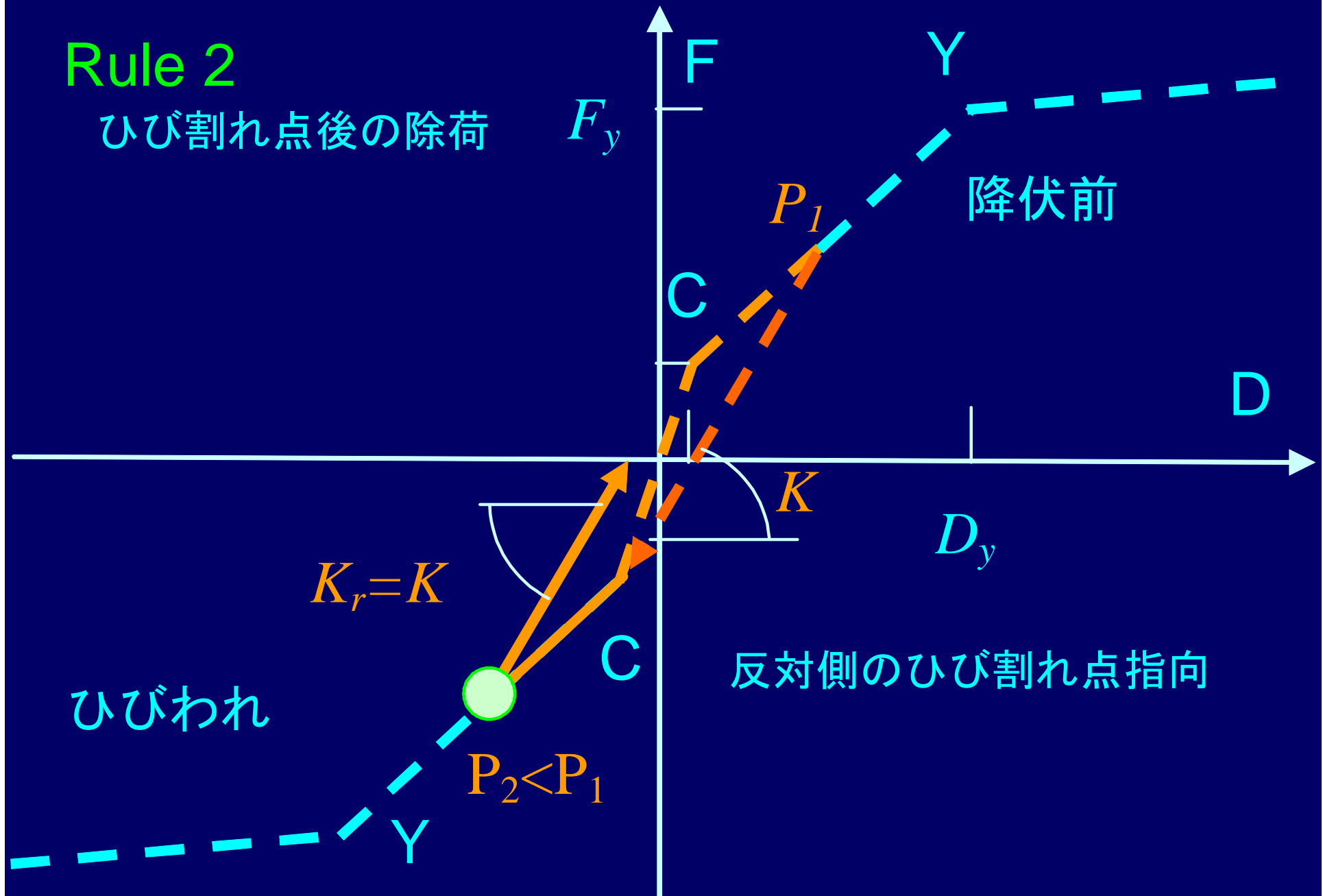
C

Y



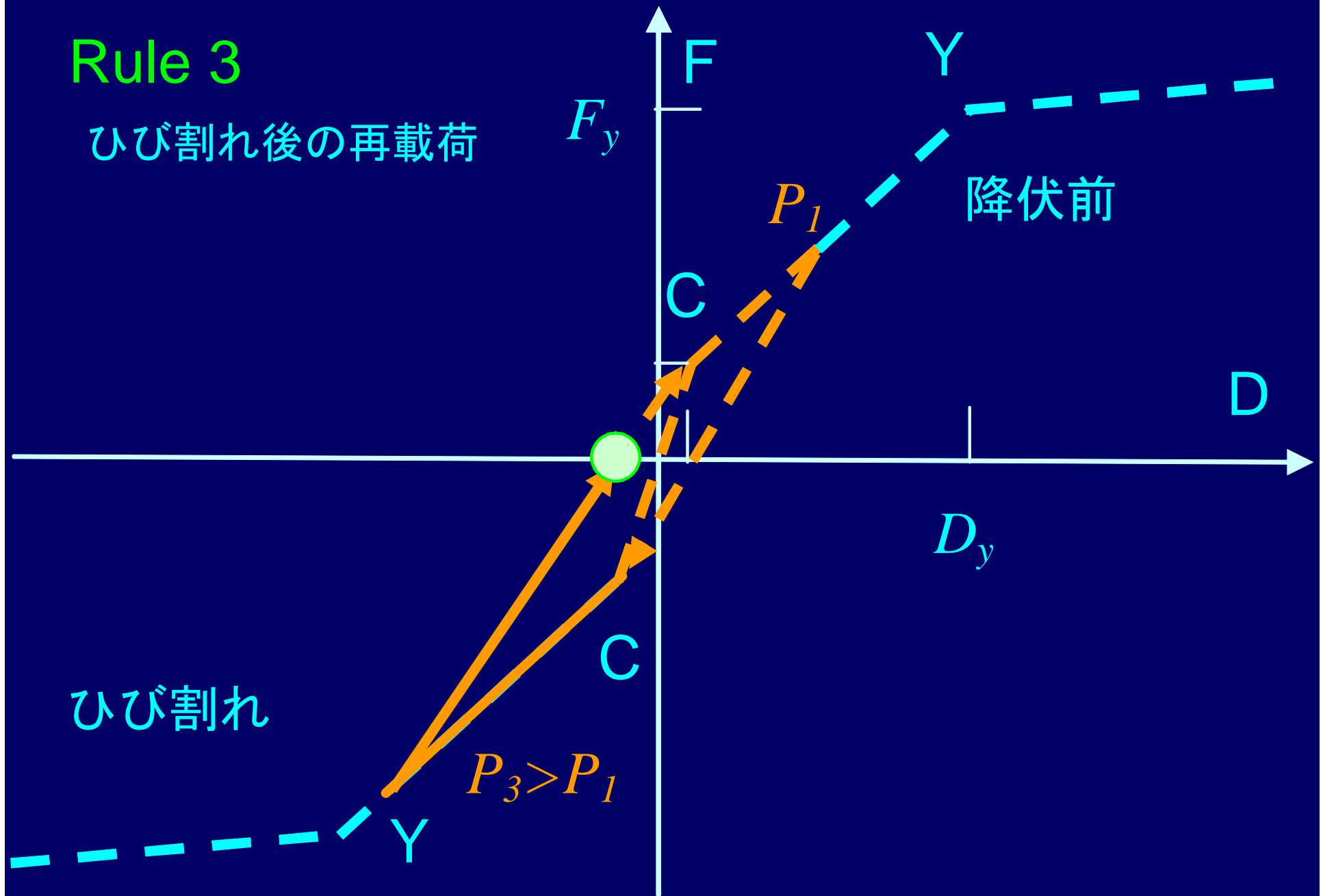
Rule 2

ひび割れ点後の除荷



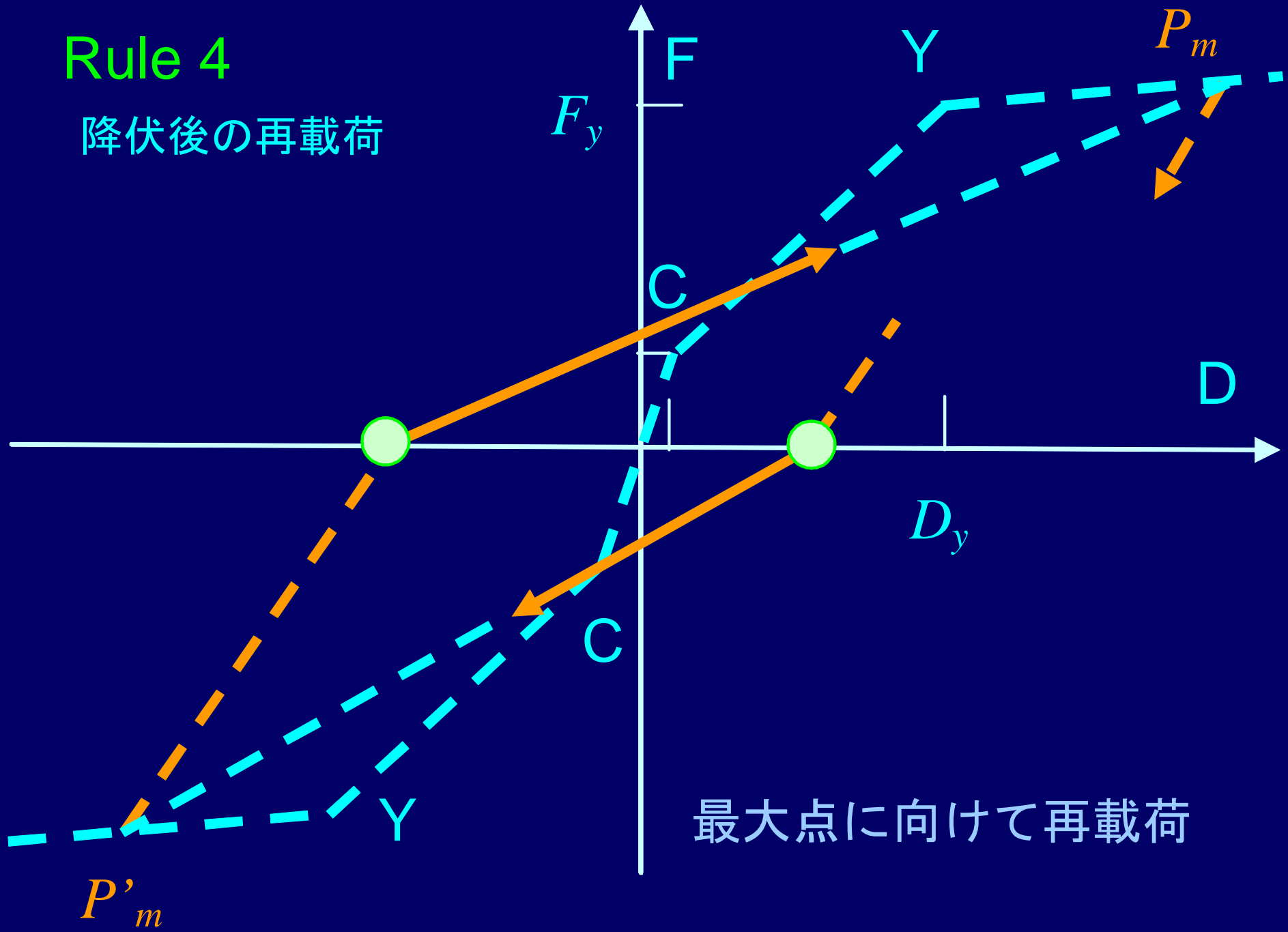
Rule 3

ひび割れ後の再載荷

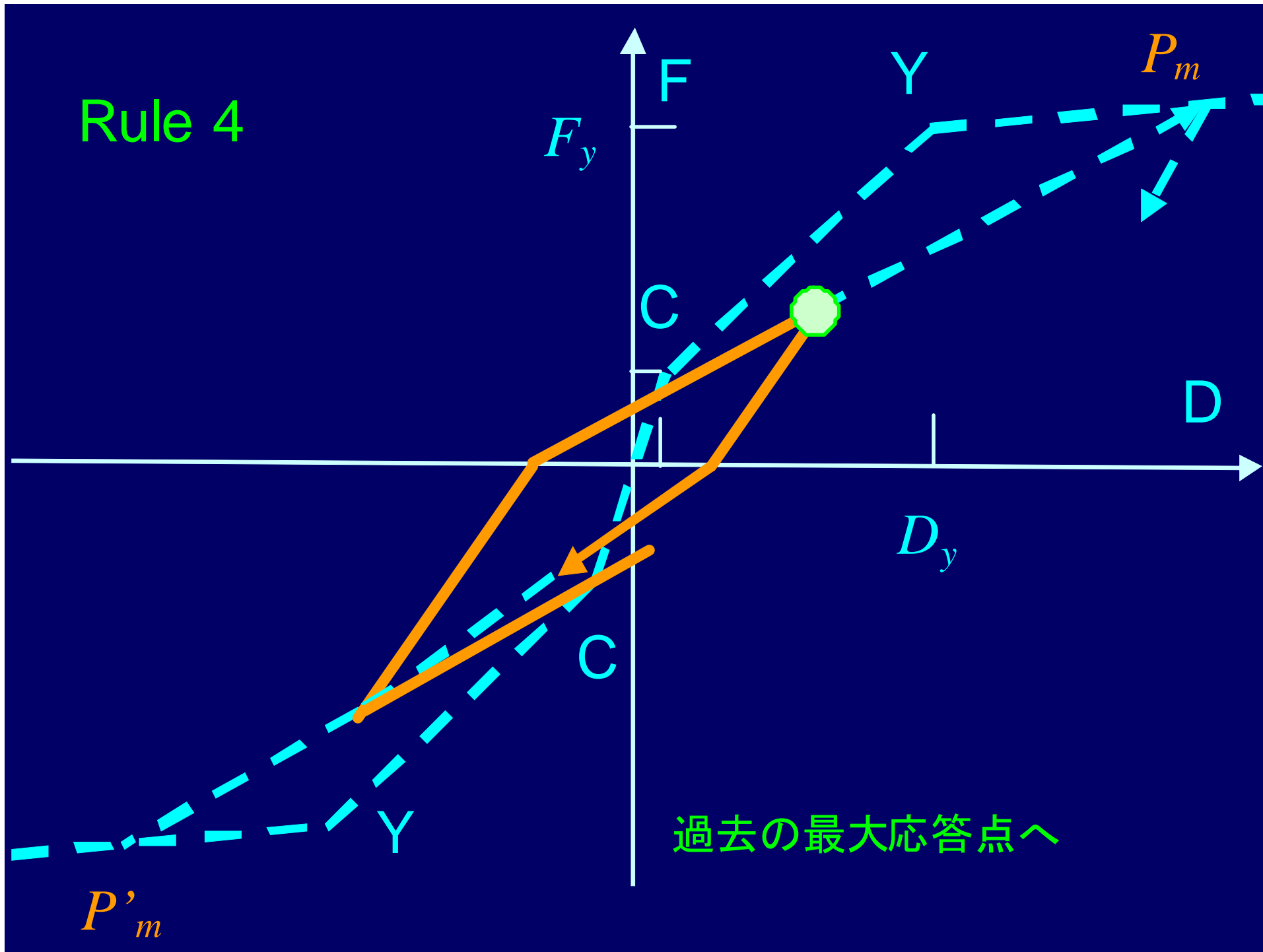


Rule 4

降伏後の再載荷

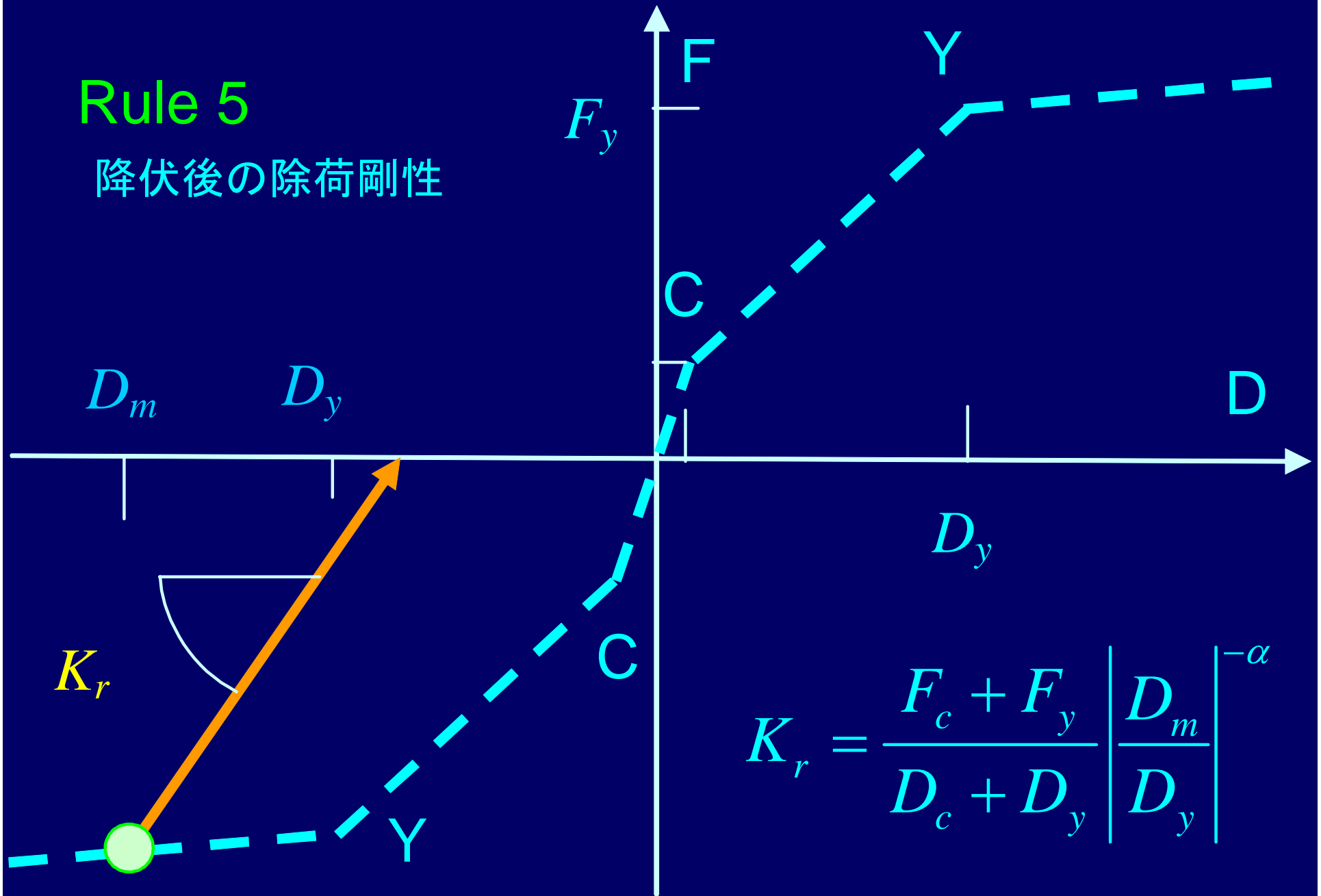


Rule 4



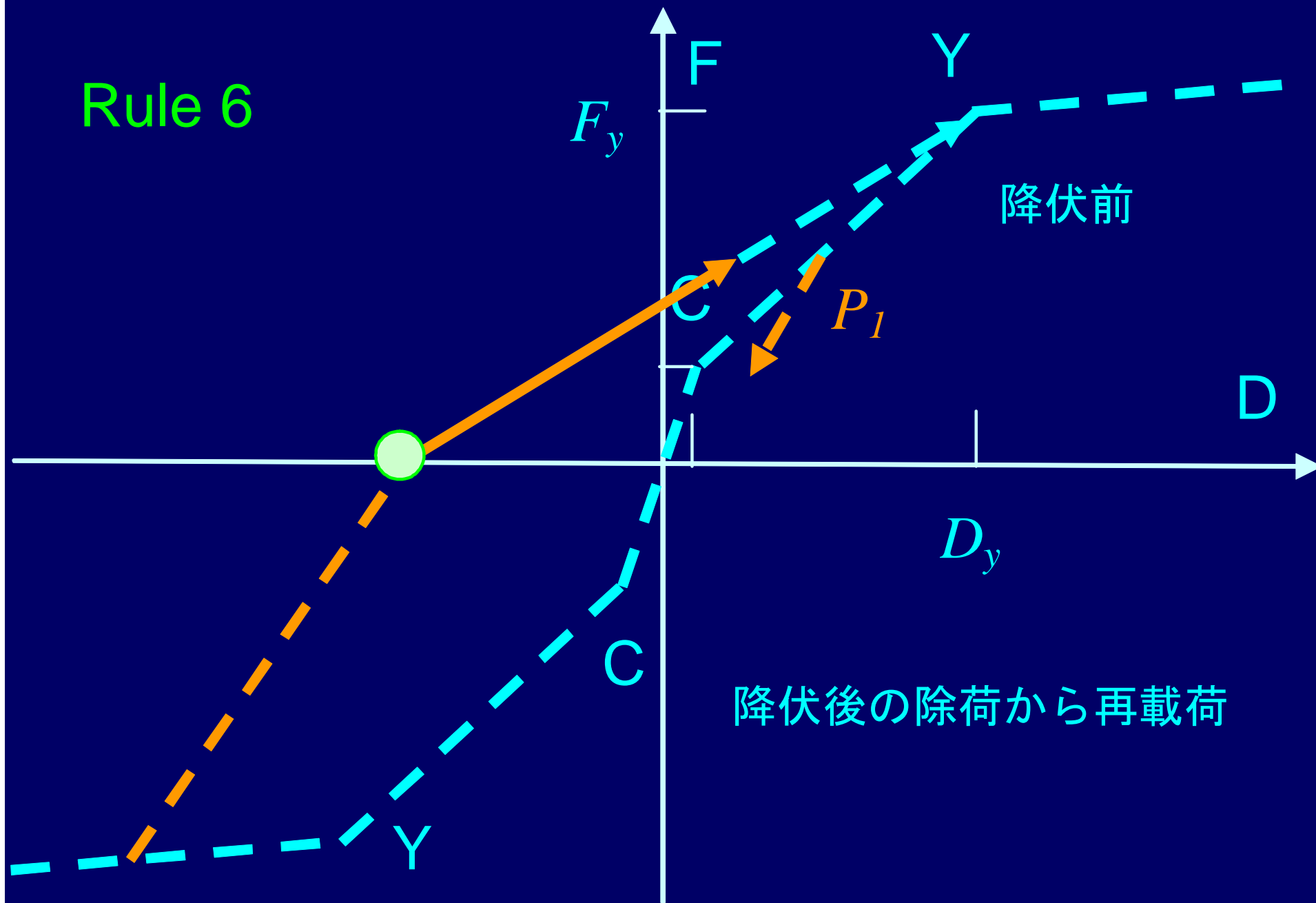
Rule 5

降伏後の除荷剛性

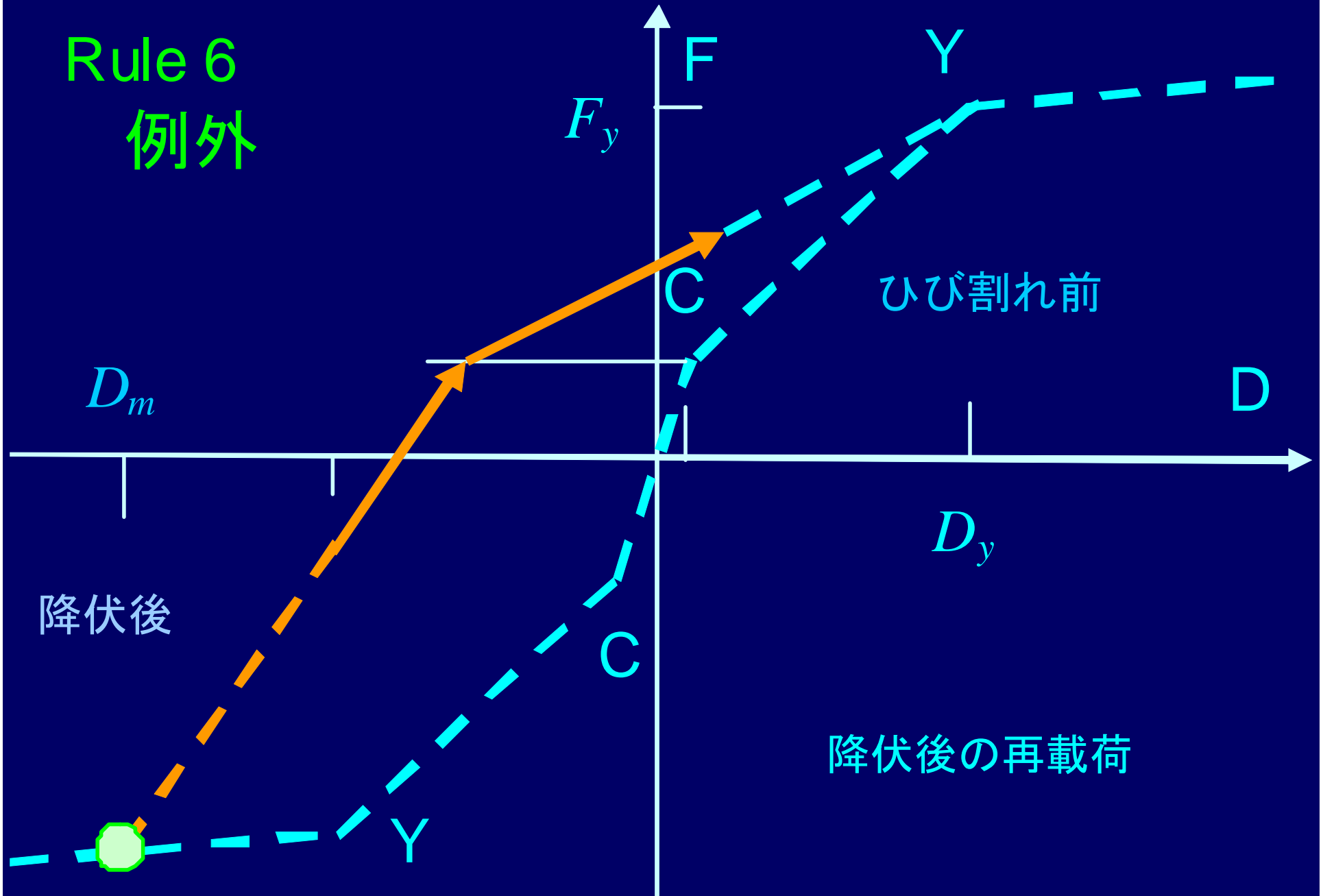


$$K_r = \frac{F_c + F_y}{D_c + D_y} \left| \frac{D_m}{D_y} \right|^{-\alpha}$$

Rule 6

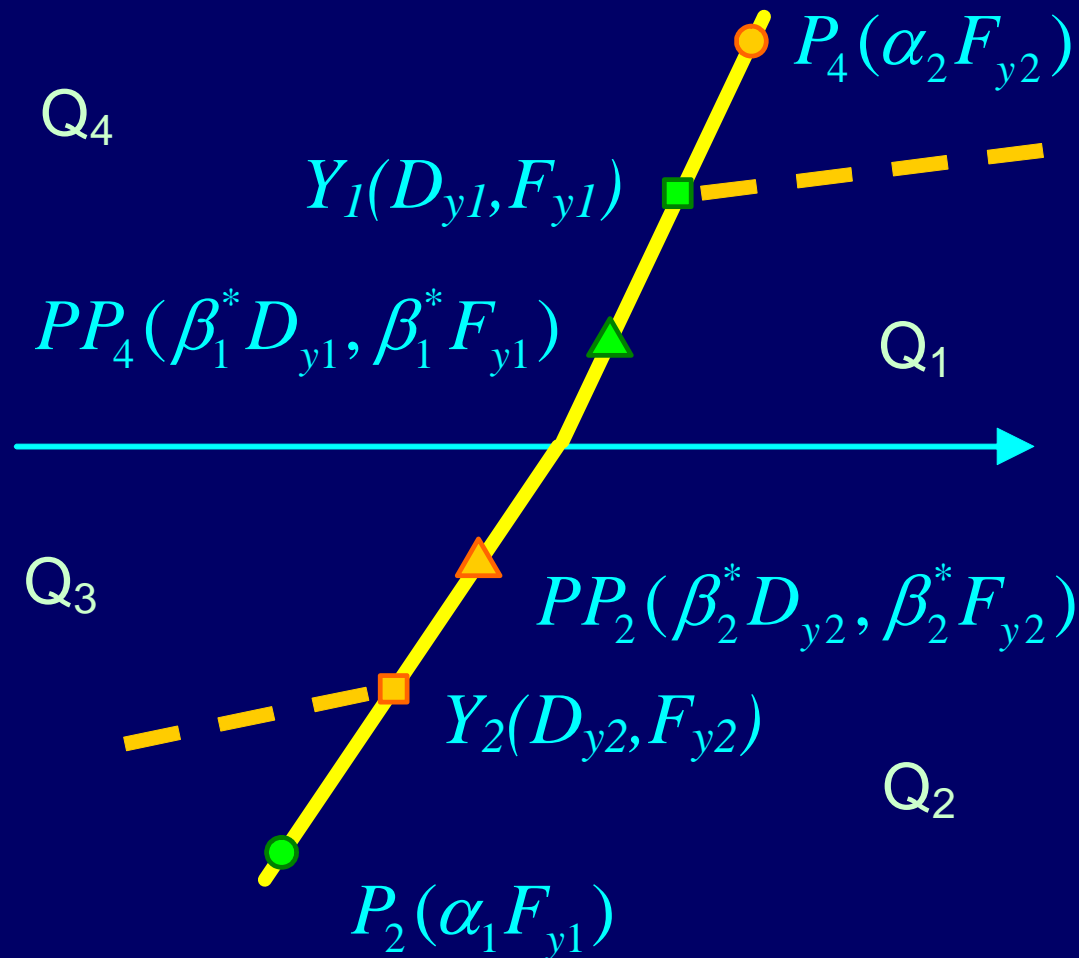


Rule 6
例外



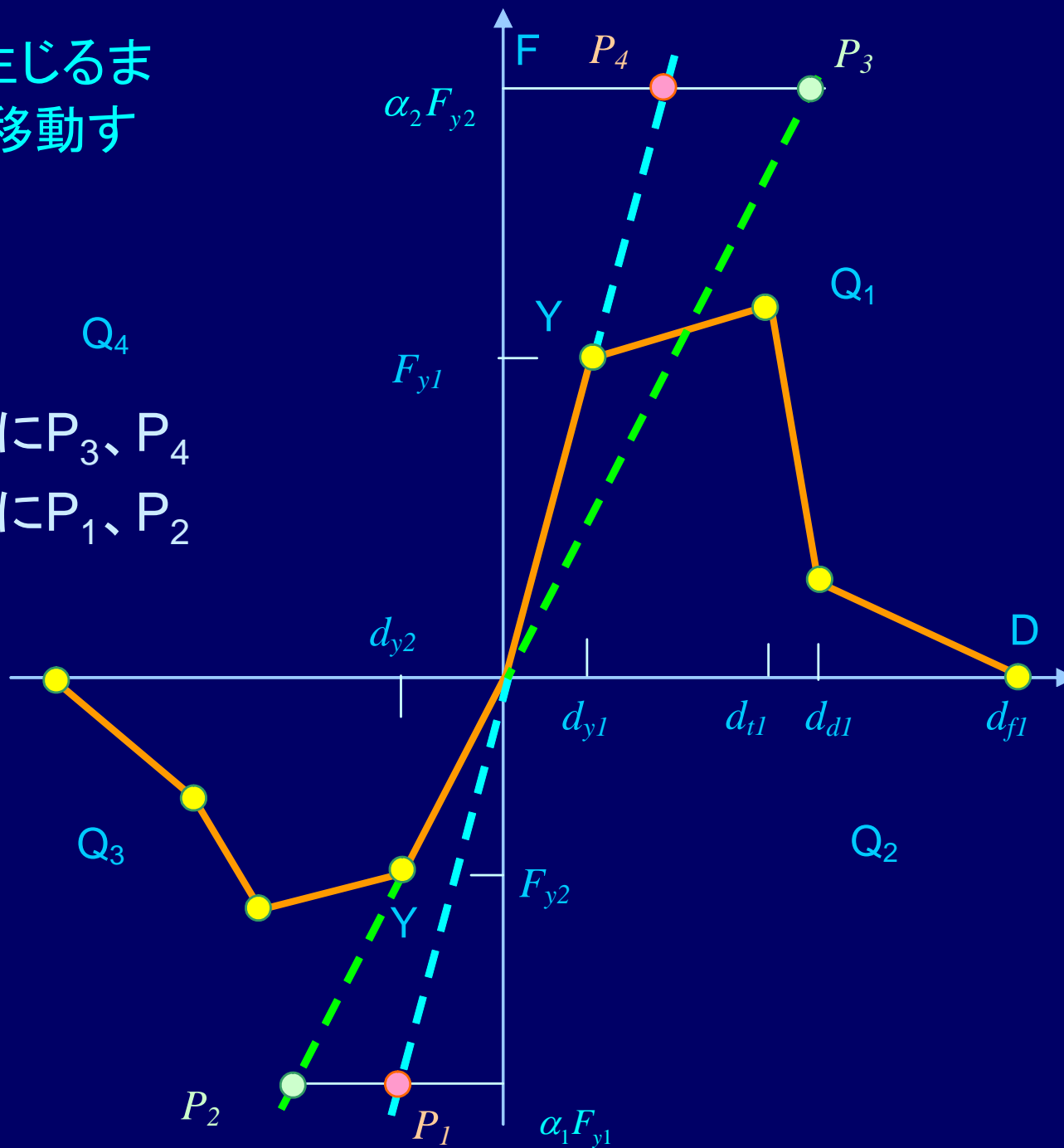
Pivot Hysteresis Model

Robert K. Dowell, Frieder Seible and Edward L. Wilson, "Pivot Hysteresis Model for Reinforced Concrete Members," ACI Structural Journal, Title No. 95-S55, Vol. 95, No. 5, September-October 1998, pp. 607 - 617.

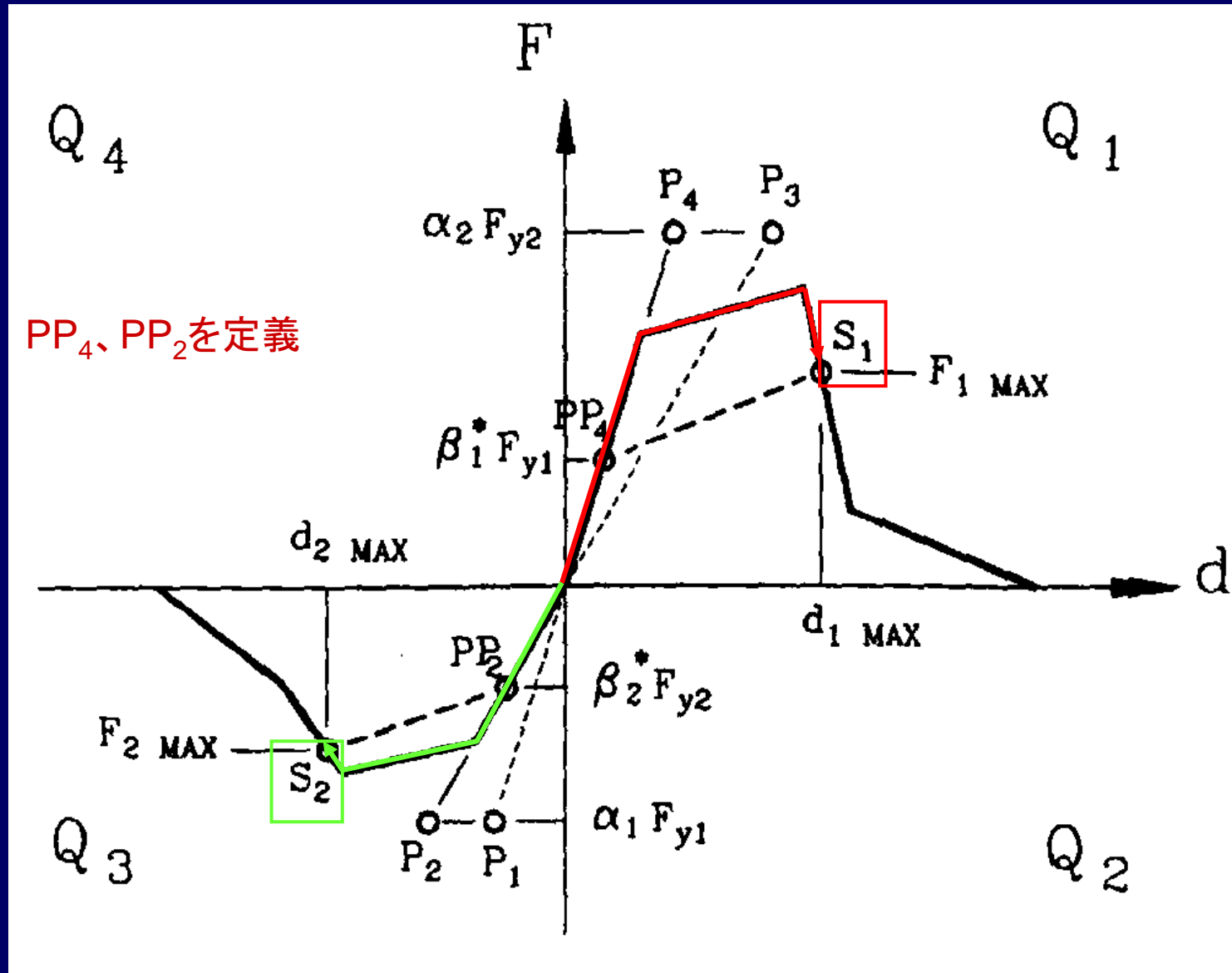


(1) 応答は、除荷が生じるまで、耐力包絡線上を移動する。

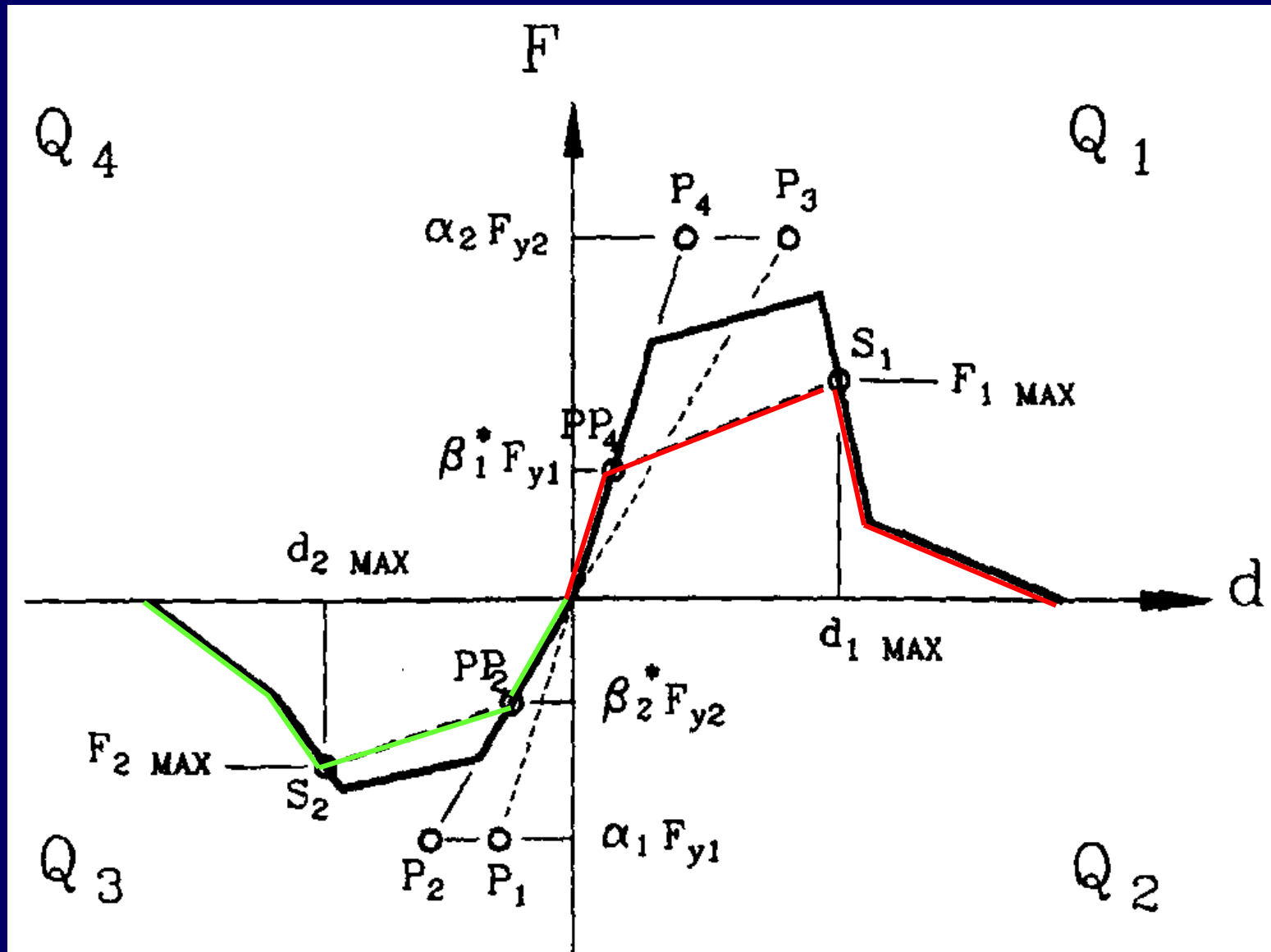
第1象限の弾性線の上に P_3 、 P_4
第3象限の弾性線の上に P_1 、 P_2



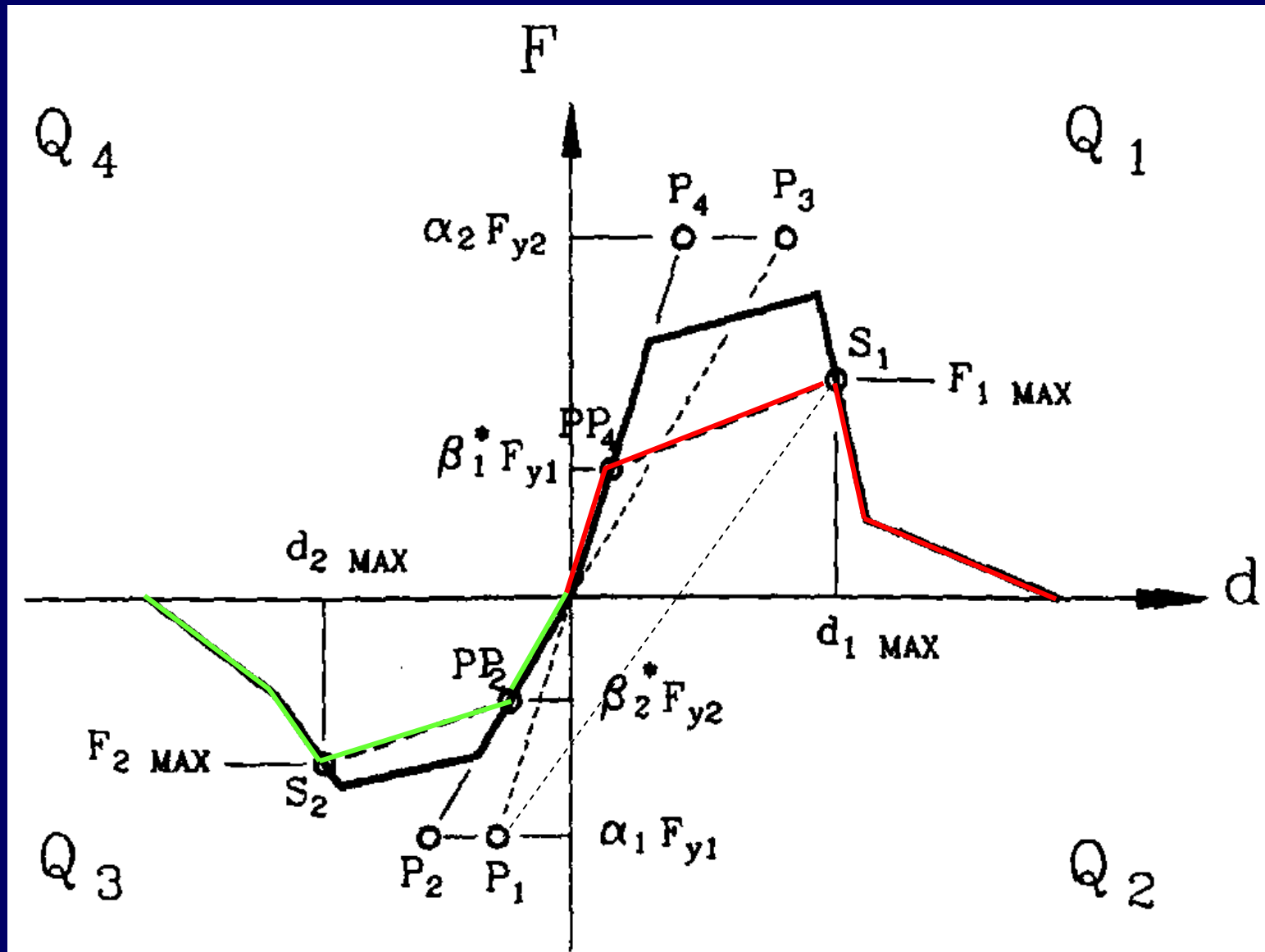
(2) 正負どちらかで最大耐力点を越えると、最大耐力点は耐力包絡線上の過去の最大点 S_1 と S_2 で定義する。



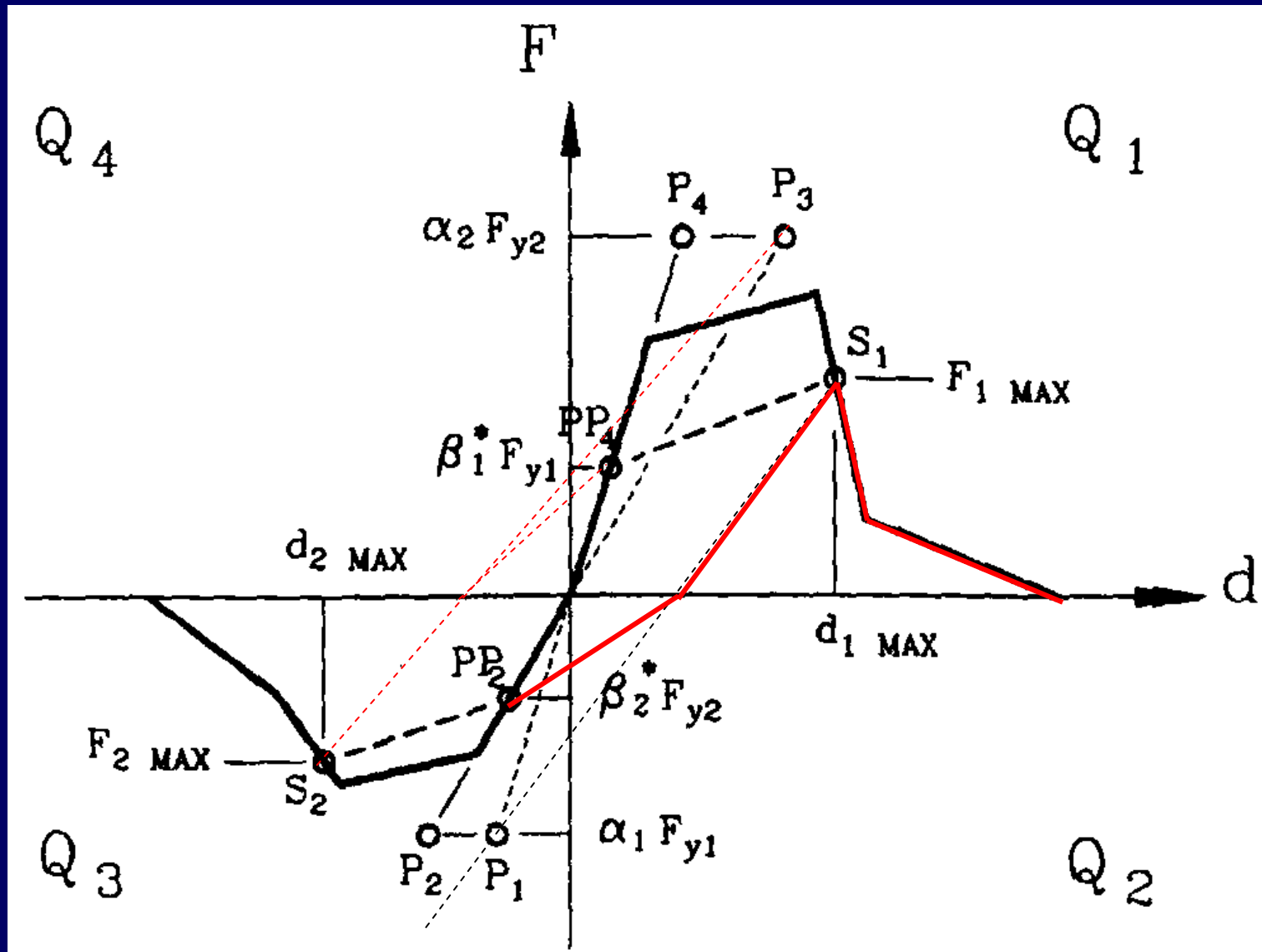
(3) 修正された耐力包絡線は、点 PP_4 と S_1 あるいは点 PP_2 と S_2 を結ぶ線で表わす。



(4) 第 D_n 象限の包絡線上の点から除荷する時には、反対側のPivot点 P_n に向かう。

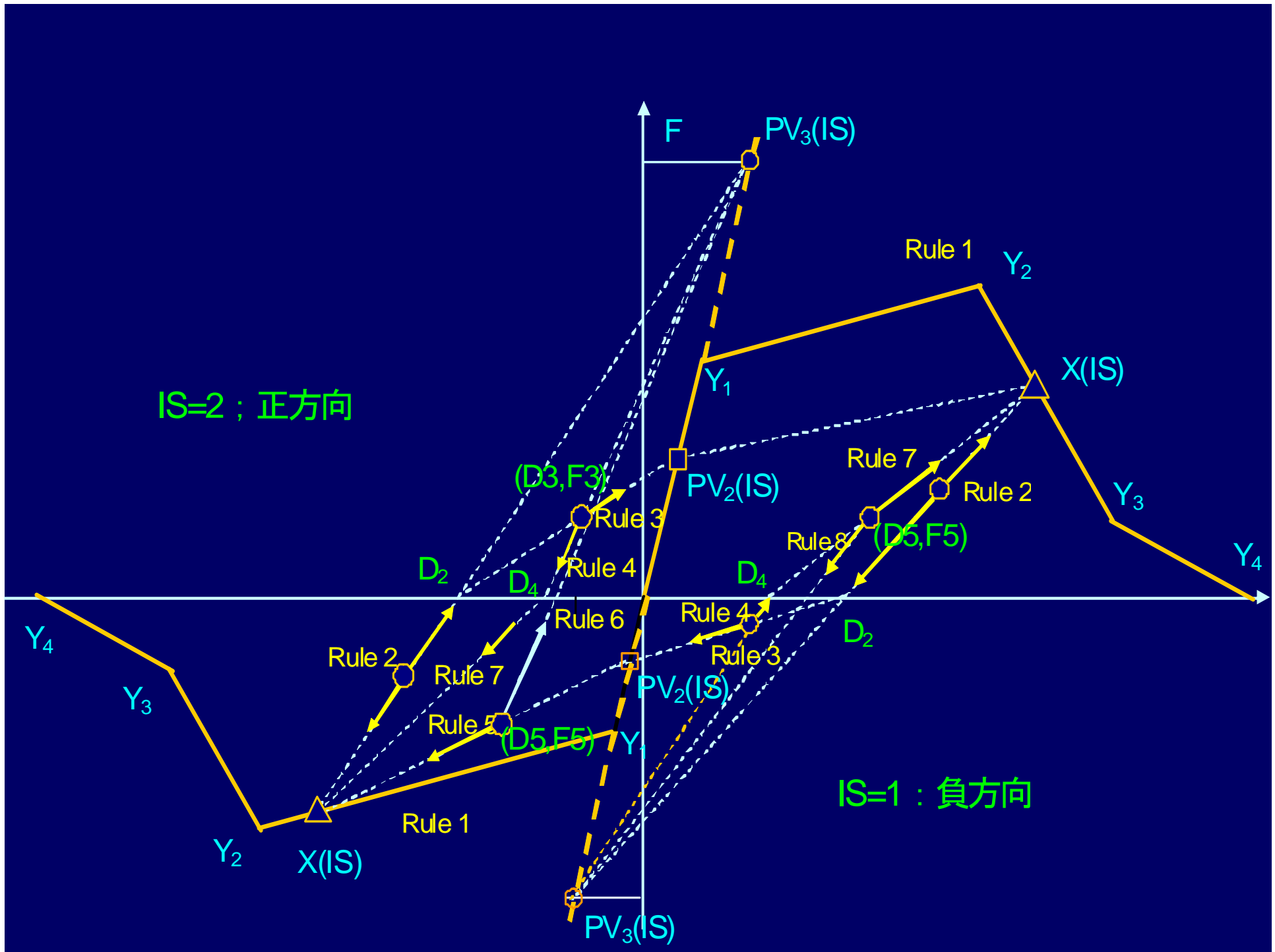


(4) 第 Q_n 象限の包絡線上の点から除荷するときには、反対側のPivot点 P_n に向かい、変位軸を横切って、第 Q_n 象限を反対側に再載荷するときにはPivot点 PP_n に向かう。

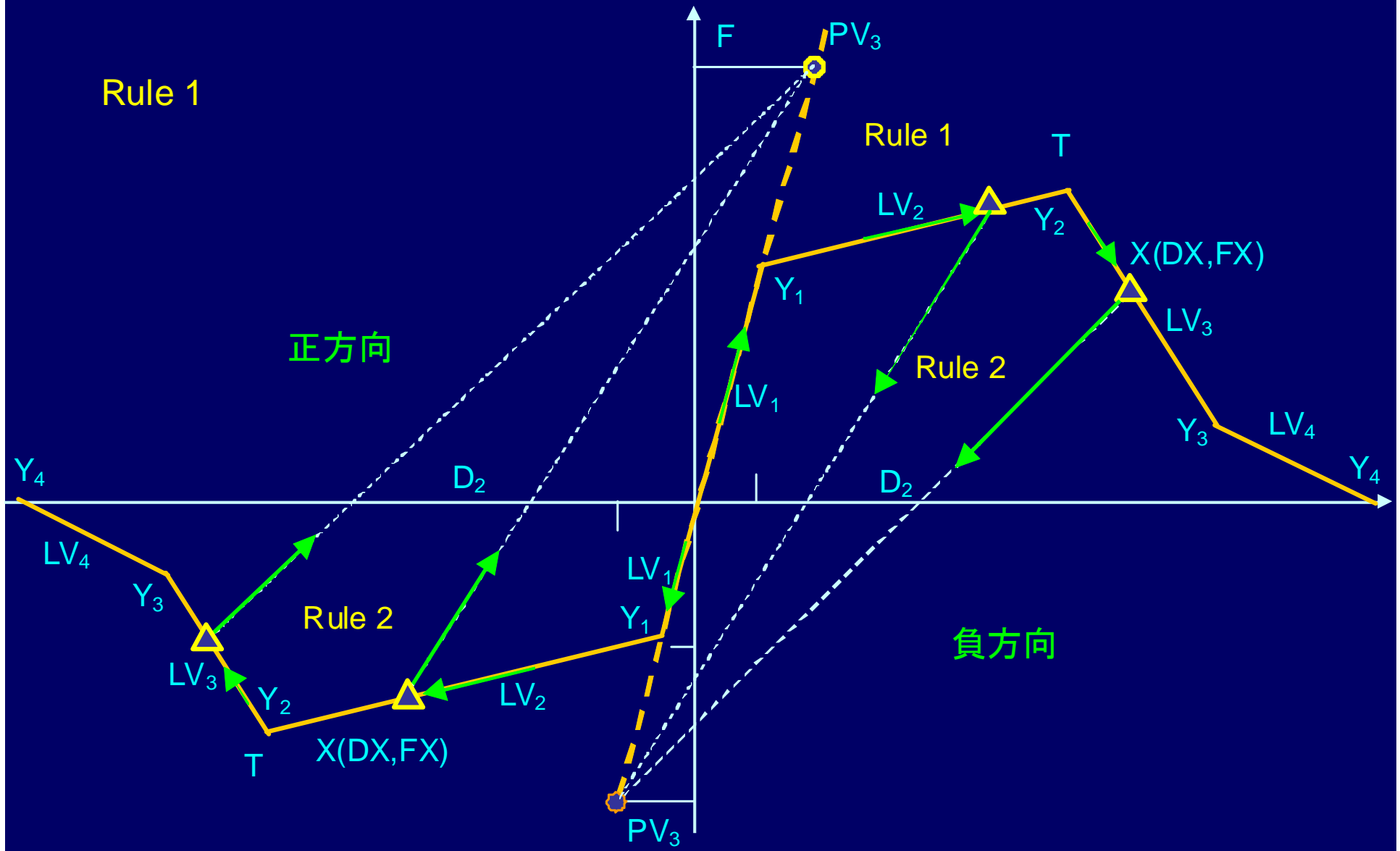


モデルの修正

- (1) 正負で初期剛性を等しくする (IS=2、IS=1)。
- (2) 再載荷する象限では Q_n ($n=1$ or 3)、過去の最大応答点に向かった後に、骨格曲線上を移動する。
- (3) 除荷する象限 Q_n ($n=1$ or 3)では、Pivot Point P_n に向かう。
- (4) 再載荷する象限 Q_n ($n=2$ or 4)では、Pivot Point PP_n に向かった後、過去の最大応答点 S_i に向かい、その後は骨格曲線上を移動する。
- (5) 除荷する象限 Q_n ($n=2$ or 4)では、応答点がPivot Point P_n から遠ざかる方向に移動する。



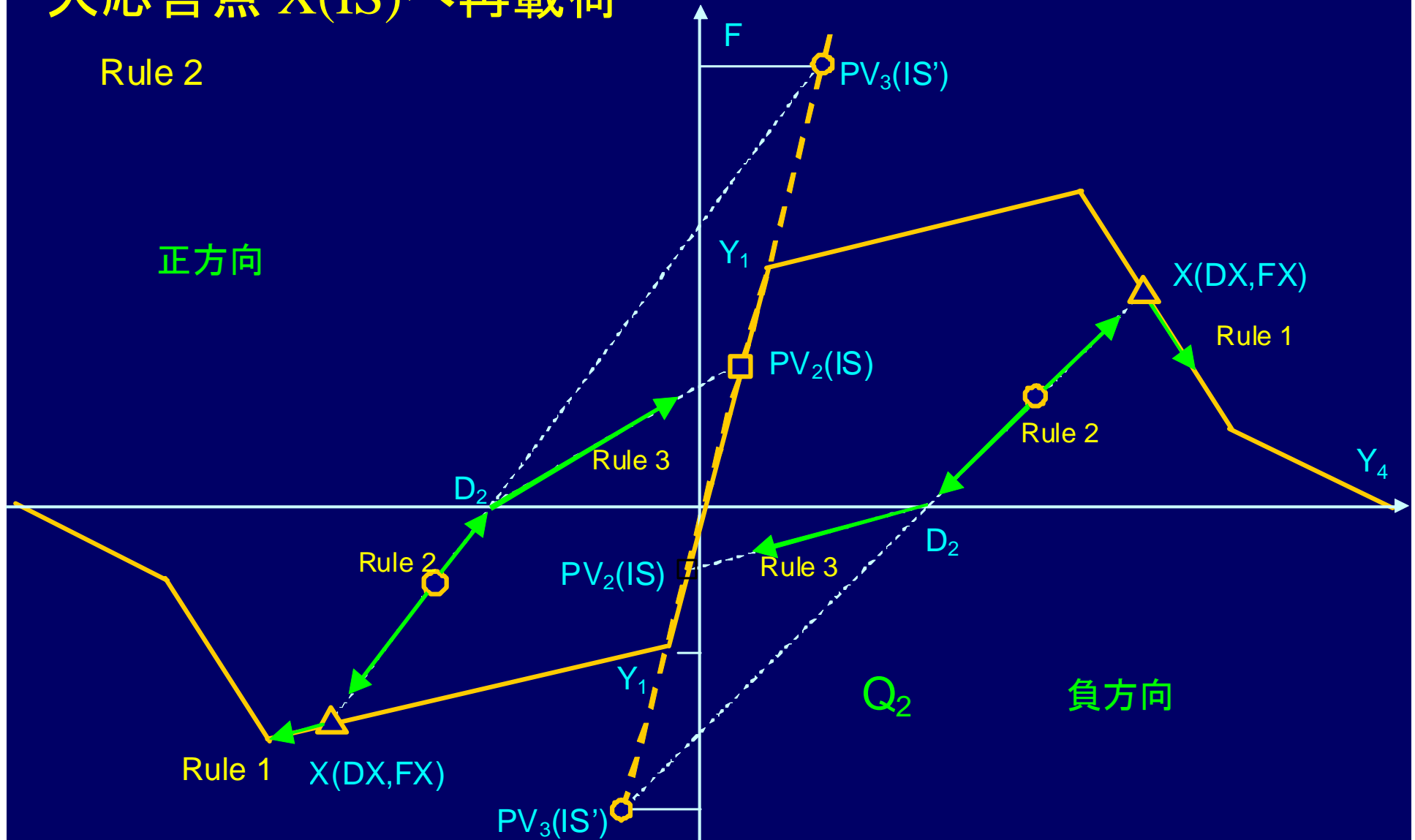
Rule 1: 包絡線上を載荷 (第 1、3象限)



Rule 2: 包絡線上の最大応答点 $X(IS)$ から反対方向の Pivot点 $PV_3(3-IS)$ へ向けての除荷あるいは同じ方向の最大応答点 $X(IS)$ へ再載荷

Rule 2

正方向



負方向

Q_2

Rule 1 $X(DX,FX)$

$PV_3(IS')$

$PV_2(IS)$

Rule 3

D_2

Rule 2

Rule 1

$X(DX,FX)$

F

$PV_3(IS')$

Y_1

$PV_2(IS)$

Rule 3

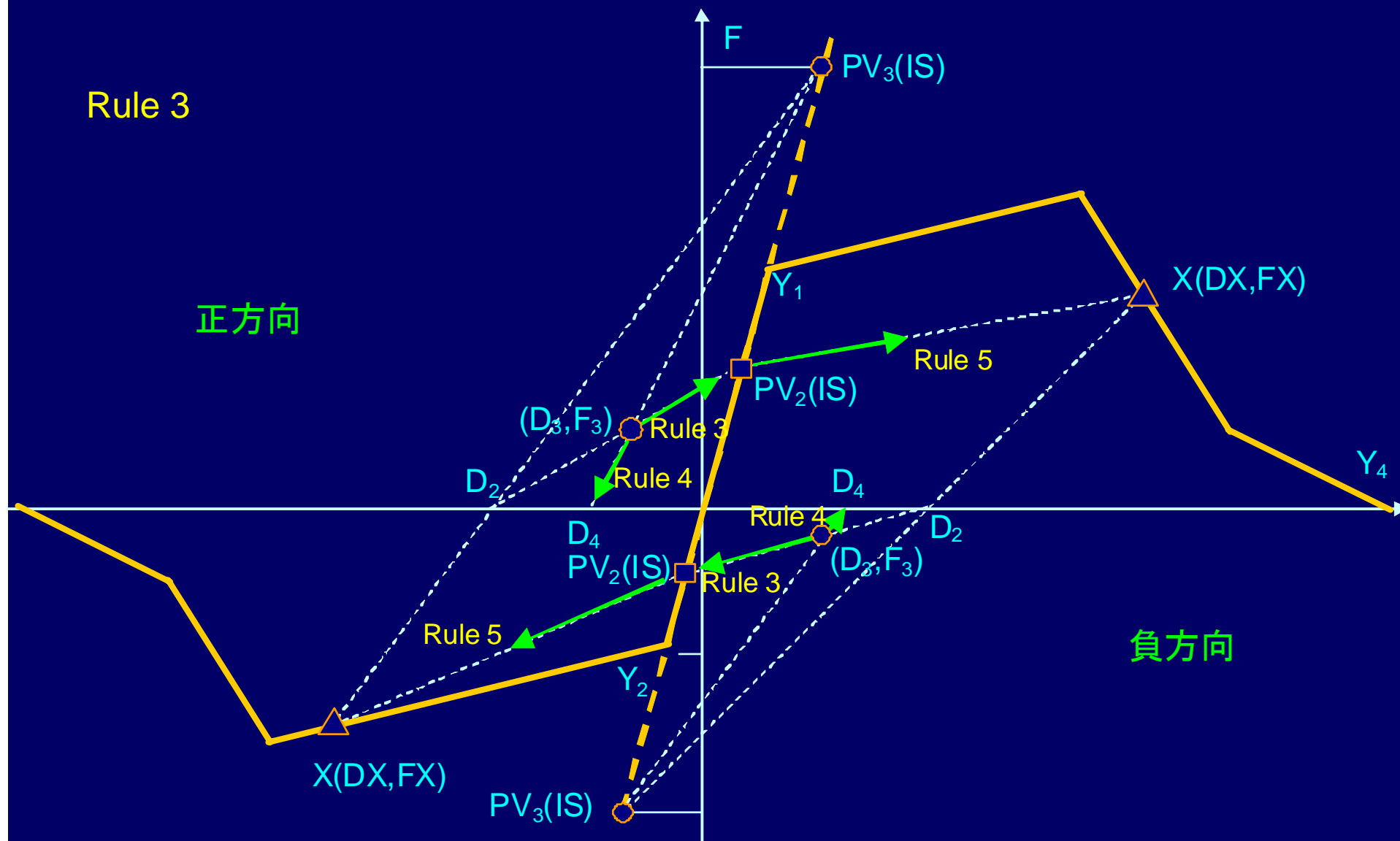
D_2

Rule 2

Y_1

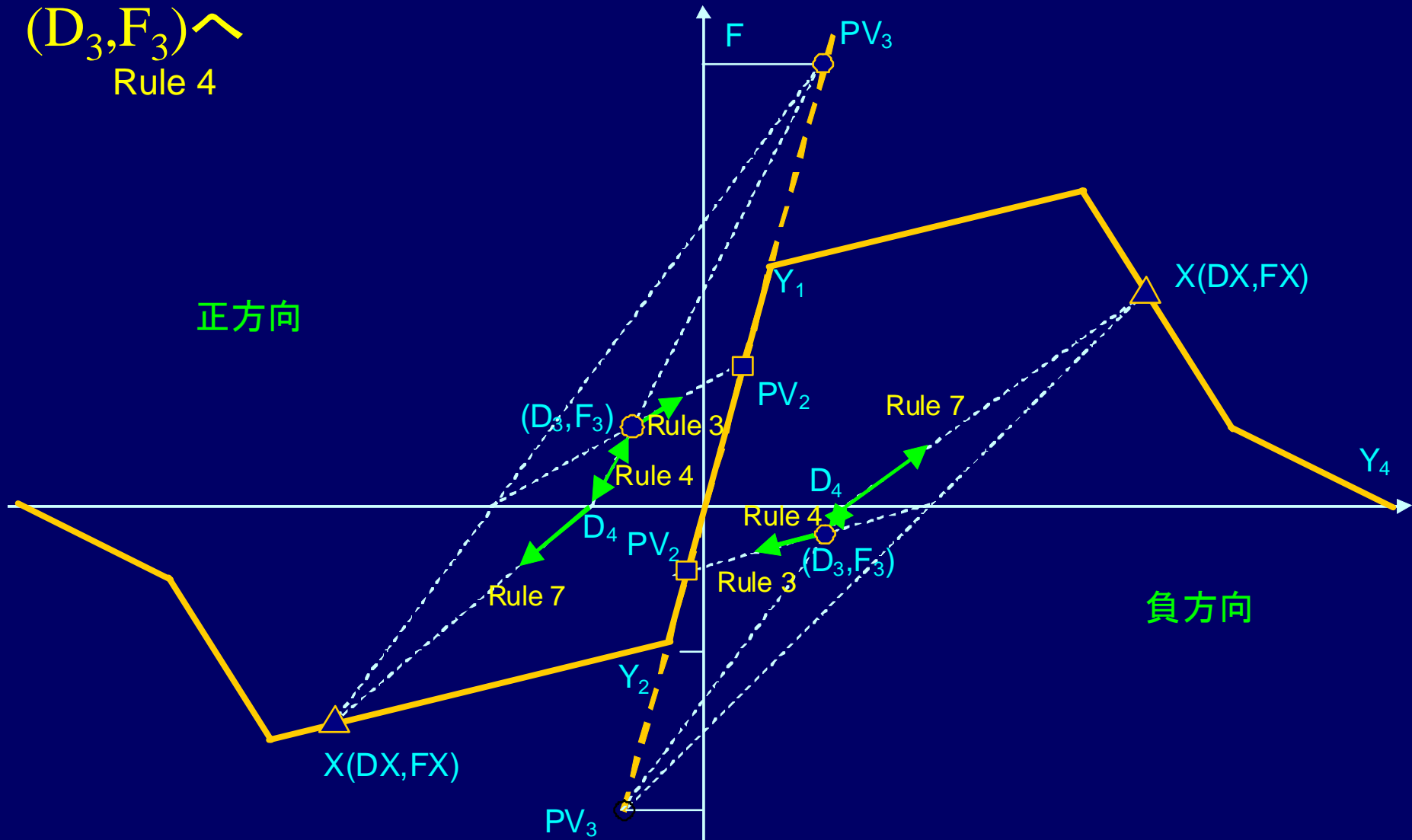
Y_4

Rule 3: Rule2の後に変位軸 D_2 を越えた後、同じ側の Pivot point $PV_2(IS)$ へ向かう

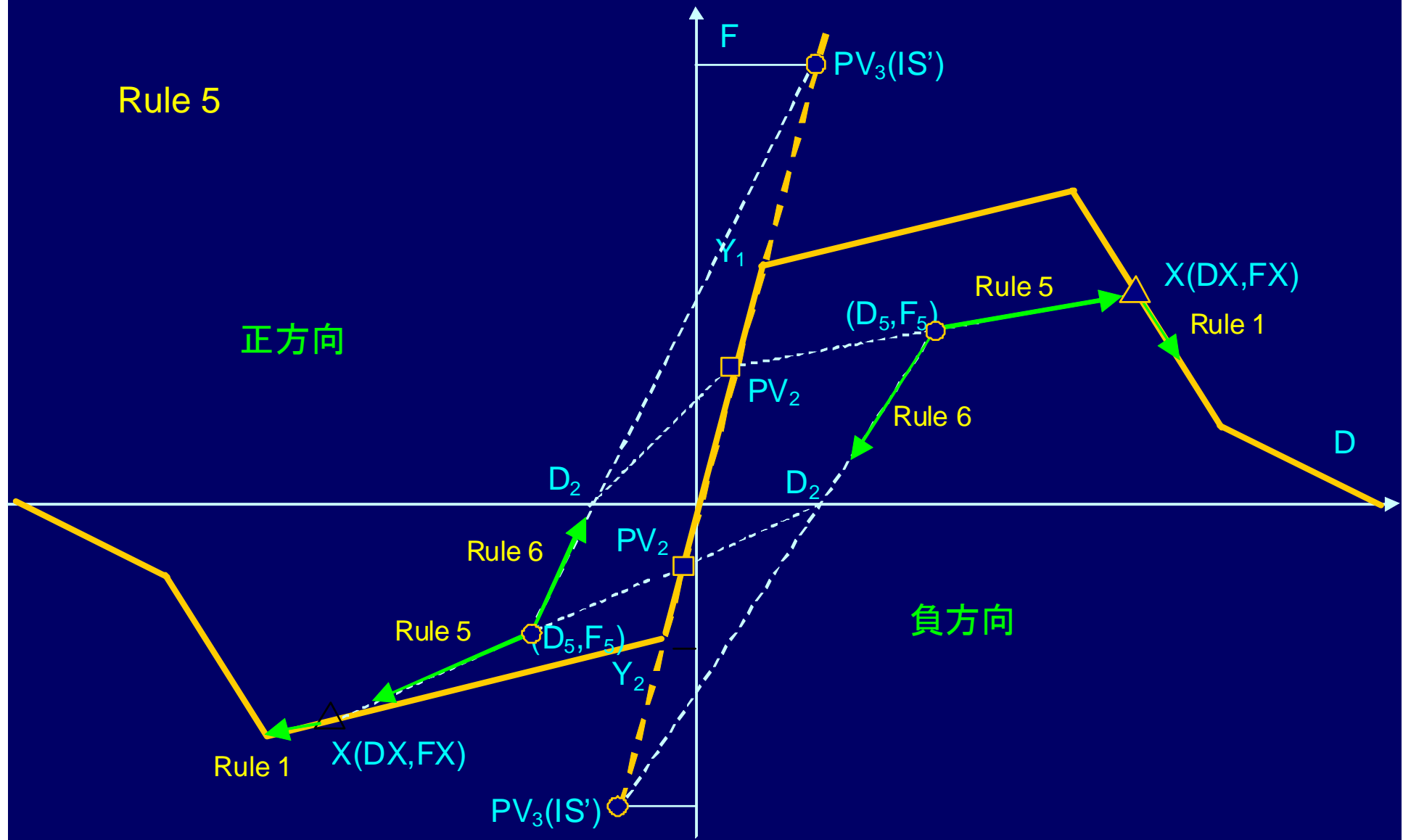


Rule 4: Rule 3の応答点(D_3, F_3)から除荷するときは、変位軸に達するまでPivot point PV_3 (IS) から離れて方向に移動する。除荷の途中で再載荷するときは除荷点

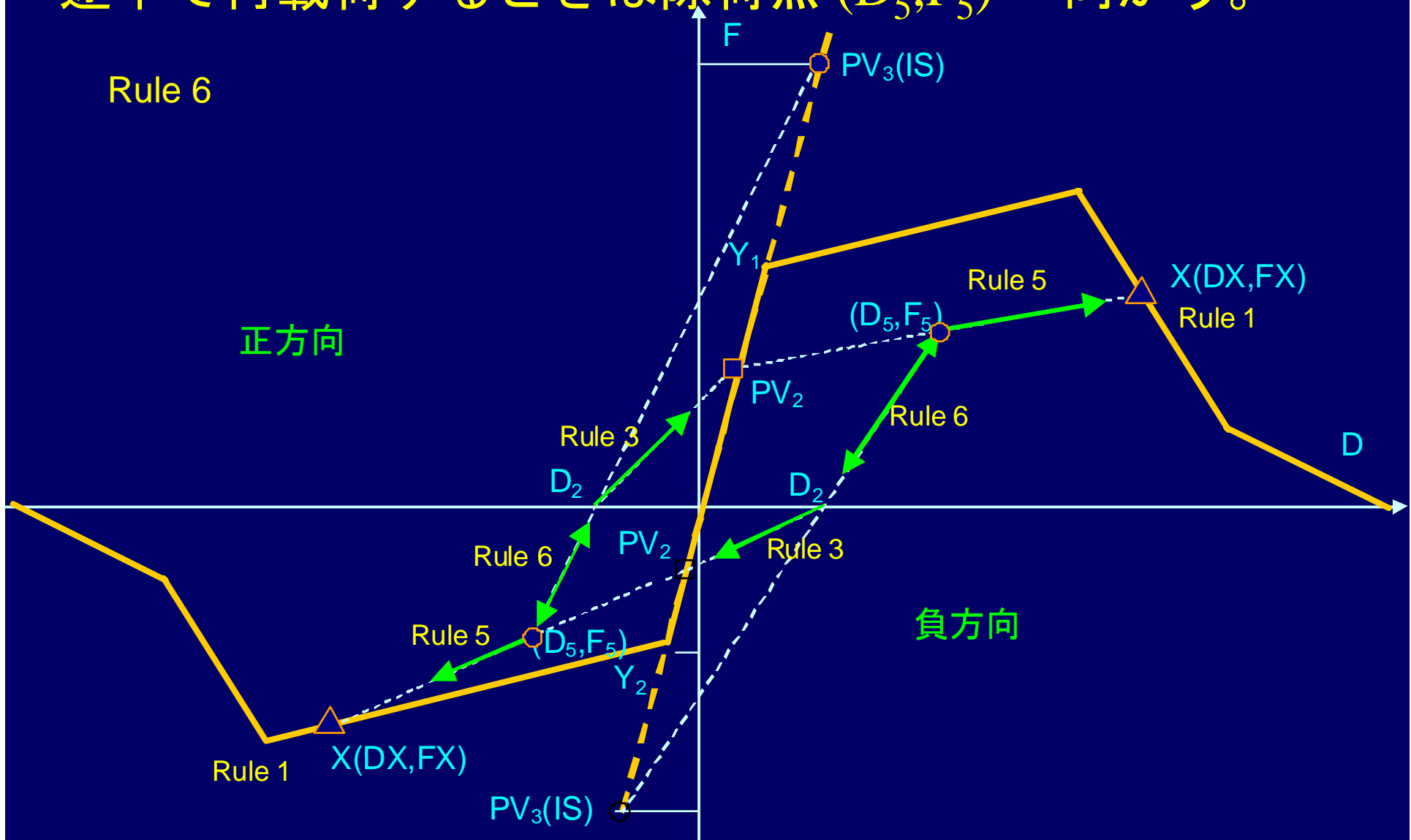
$(D_3, F_3) \rightarrow$
Rule 4



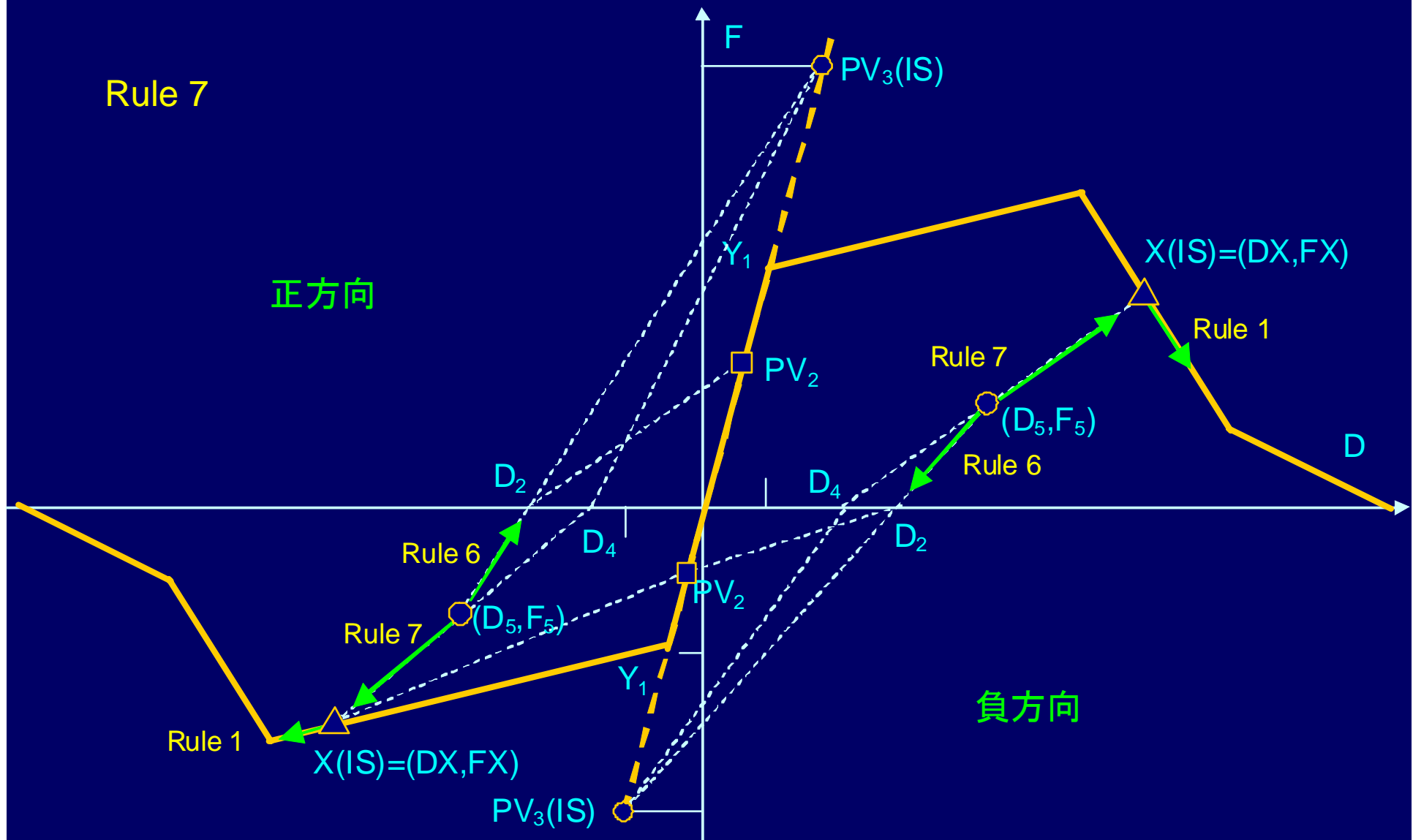
Rule 5: Rule3でPivot point $PV_2(IS)$ を超えて載荷するときは、同じ側の最大応答点 $X(IS)$ へ向かう



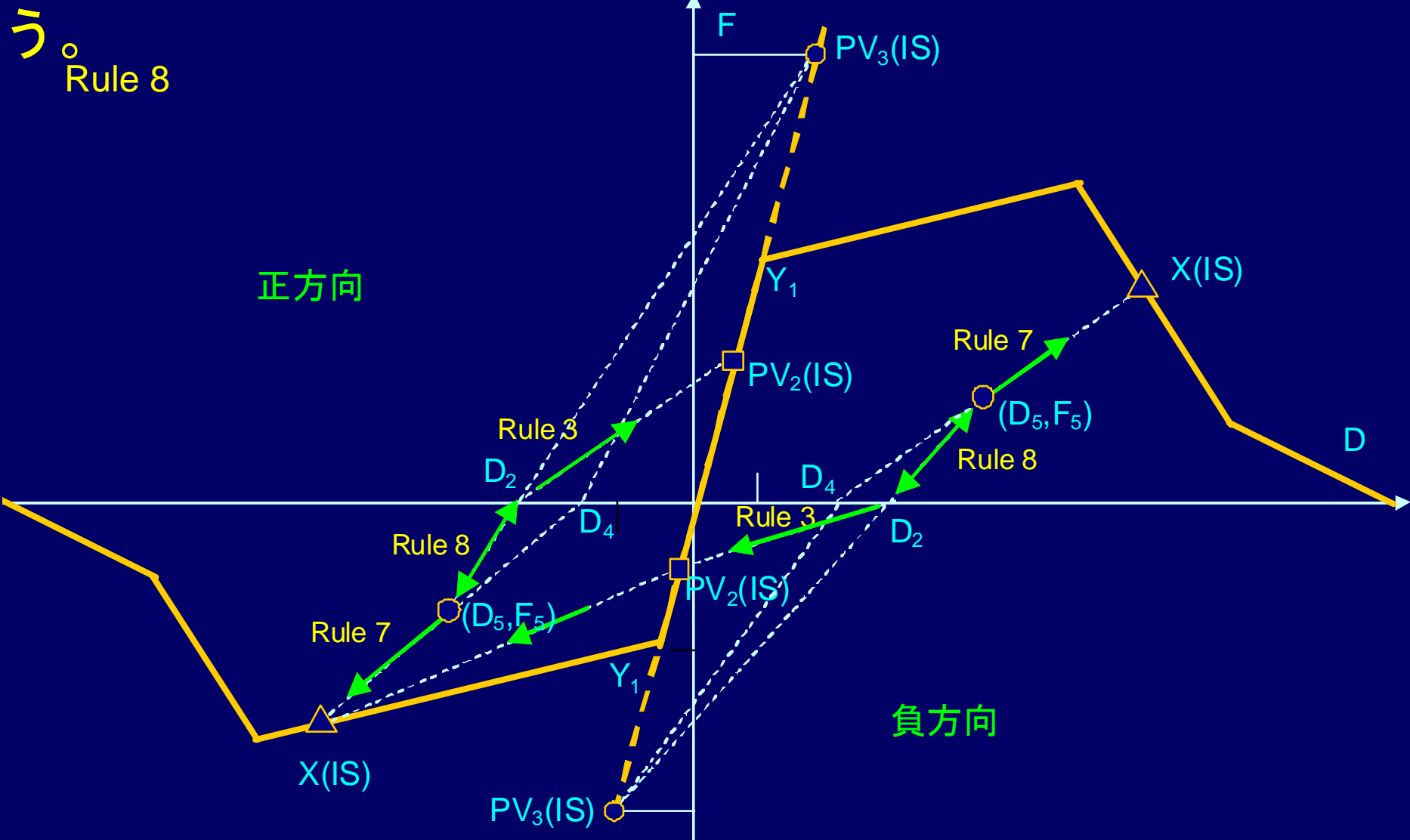
Rule 6: Rule 5の応答点 (D_5, F_5) から除荷するときは変位軸に達するまでPivot point $PV_3(IS)$ へ向かう。除荷途中で再載荷するときは除荷点 (D_5, F_5) へ向かう。



Rule 7: Rule 4で変位軸を越えた後に反対方向へ再載荷するときには、最大応答点 $X(IS)$ へ向かう。

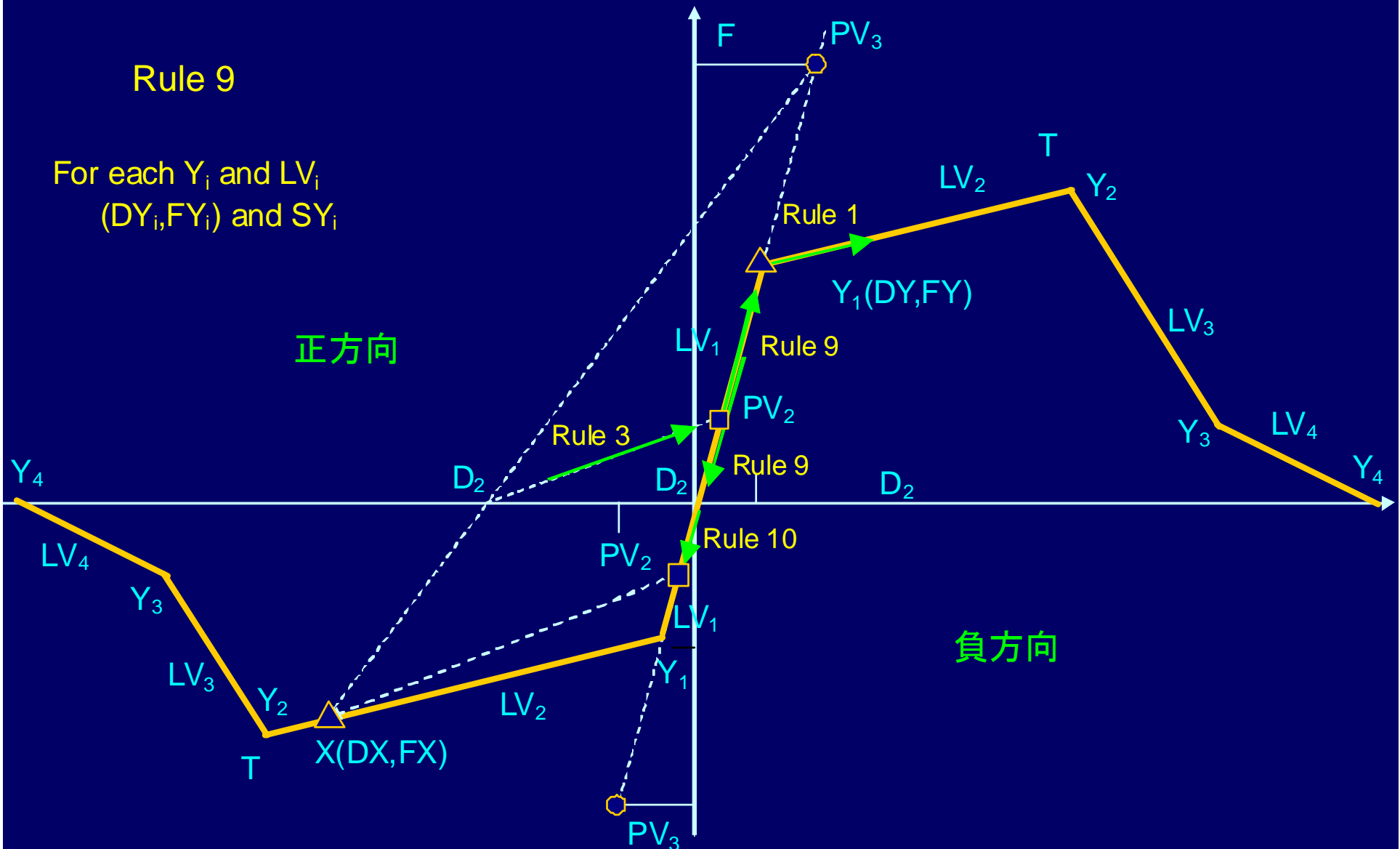


Rule 8: Rule 7で応答点(D₅,F₅) から除荷するときは、変位軸に達するまで反対側のPivot point PV₃(IS)へ向かう。除荷の途中で再載荷するときには除荷点(D₅,F₅) へ向かう。

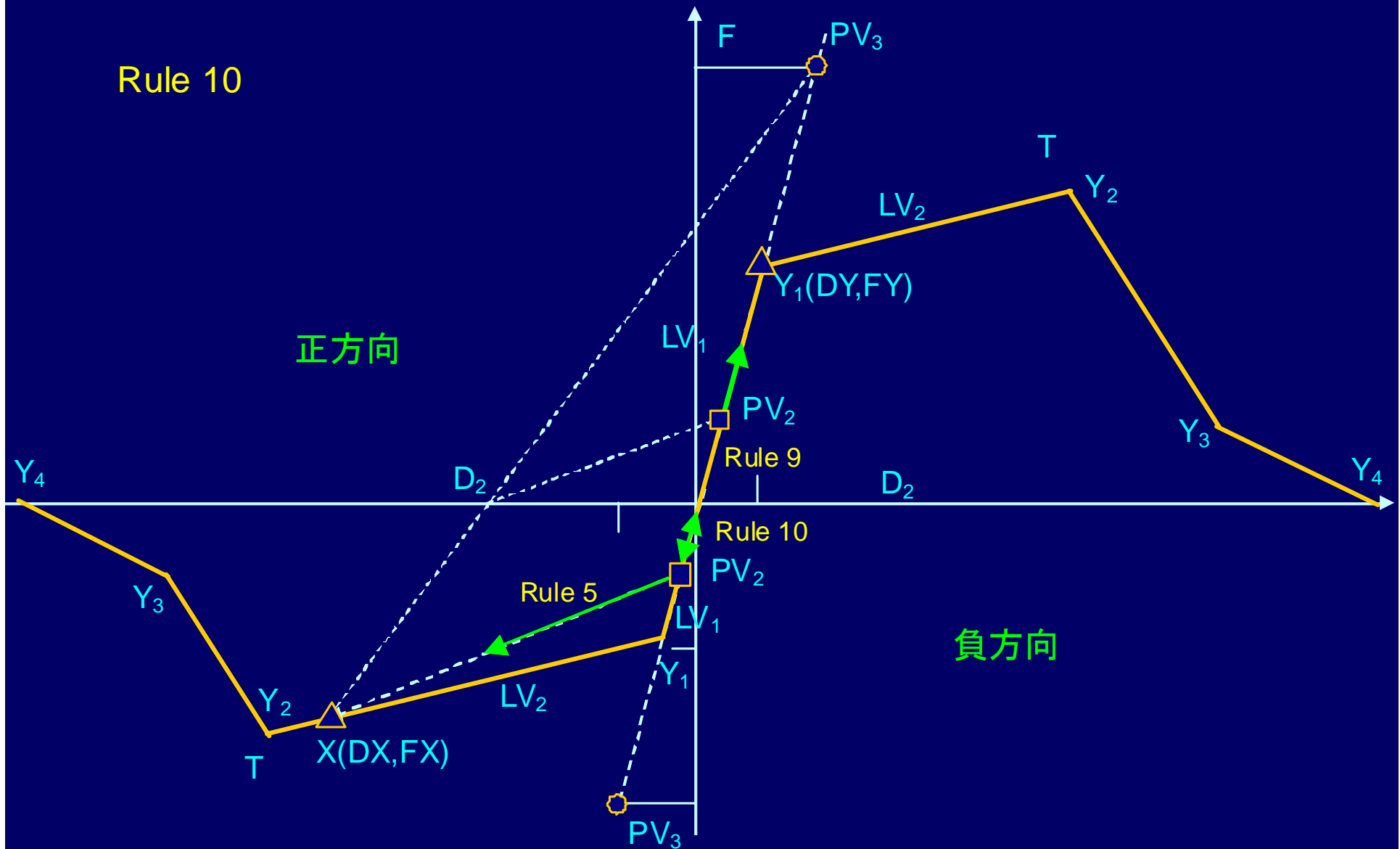


Rule 8

Rule 9: Rule 3でPivot point PV2(IS)に達した後、初期弾性線上を載荷、初期弾性線上を除荷する。



Rule 10: Rule 9で応答点が原点で変位軸を横切った後、初期弾性線上を再載荷する



お疲れ様でした

鉄筋コンクリート造骨組の非線形解析が普及しているが、多くの問題があり、その使用には注意をする必要がある。

小谷俊介